電気通信主任技術者試験用
設備管理　信頼性計算攻略メモ

Ver4.3

はじめに

設備管理科目の受験にあたっては、信頼性計算の分野が固定的に出題されており、その配点も6点と高い比率を維持していて、積極的に学べば大きな得点源となりえます。（合格点の 10%に相当）

また、本分野に限っていえば出題範囲が狭く定量的な計算が可能なため、比較的攻略しやすい分野といえます。もちろん最低限の指数、対数の知識が必要ですが、統計学への深い理解は必須でなく、算術的なテクニックであっても十分な得点が可能でしょう。

そこで、過去の出題を中心にまとめたメモを作成した次第です。なお、HTML による提供は数式の表現の弱さと煩雑さ、ならびに作成時間の制約もあり、PDF にて公開することとしました。

本資料がこれから設備管理を受験される皆様に少しでもお役に立てれば幸いです。（誤りや疑問等がございましたら、当面はメールにてご連絡ください。）

令和 3 年 1 月　電気通信主任技術者総合情報　管理人

主な改版履歴

r1.0	平成 27 年 1 月	初版（H26～H23 までを収録）　(test version)
r2.0	同 3 月 8 日	一応、正規バージョンに昇格？
	計算・用語概略を追加、平成 9 年度まで過去問を追加。誤記と表現を修正。	
r3.0	同 3 月 18 日	過去問を収録追加（ほぼ全過去問を収録）
r3.4	平成 28 年 8 月	平成 28 年度第 1 回の問題を追録。フォントサイズずれの修正。
r4.0	平成 30 年 12 月	平成 30 年度第 1 回の問題を追録。まとめ等の微修正。数学追加
r4.1	令和 01 年 5 月	平成 30 年度第 2 回の問題を追録。出題傾向等を追加
r4.2	令和 01 年 11 月	平成 31 年度第 1 回の問題を追録。
r4.3	令和 03 年 1 月	令和元年度第 2 回の問題を追録。

目次

はじめに 1
試験用信頼性計算の概略 4
頻出用語の説明 4
信頼度 4
不信頼度 4
故障率と FIT 4
保全度 5
修復率 5
アベイラビリティ 5
MTBF/MTTF 6
MTTR 7
信頼性モデルの計算方法基礎 8
直列系 8
並列系 8
計算に必要な数学入門 9
指数関数の基礎 9
対数関数の基礎 10
数値計算のテクニック 11
試験対策用簡易まとめ 12
過去問で実践する信頼性計算 13
近年の出題傾向 14
令和 01 年度第 2 回 伝交問 4(3) 15
平成 31 年度第 1 回 伝交問 4(3) 16
平成 30 年度第 2 回 伝交問 4(3) 18
平成 30 年度第 1 回 伝交問 4(3) 19
平成 29 年度第 2 回 伝交問 4(3) 21
平成 29 年度第 1 回 伝交問 4(3) 22
平成 28 年度第 2 回 伝交問 4(3) 23
平成 28 年度第 1 回 伝交問 4(3) 24
平成 27 年度第 2 回 伝交問 4(3) 25
平成 27 年度第 1 回 伝交問 4(3) 26
平成 26 年度第 2 回 伝交問 4(3) [簡易版] 28
平成 26 年度第 1 回 伝交問 4(3) 29
平成 25 年度第 2 回 伝交問 4(3) 30
平成 25 年度第 1 回 伝交問 4(3) [簡易版] 31
平成 24 年度第 2 回 伝交問 4(3) 32
平成 24 年度第 1 回 伝交問 4(3) 33
平成 23 年度第 2 回 伝交問 4(3) 34
平成 23 年度第 1 回 伝交問 4(3) 35
平成 22 年度第 2 回 伝交問 4(2) [省略] 38
平成 22 年度第 2 回 伝交問 4(3) 39
平成 22 年度第 1 回 伝交問 4(2) 41
平成 22 年度第 1 回 伝交問 4(3) [一部簡易版] 42
平成 21 年度第 2 回 伝交問 4(2) 43
平成 21 年度第 2 回 伝交問 4(3) [簡易版] 44
平成 21 年度第 1 回 伝交問 4(2) 46
平成 21 年度第 1 回 伝交問 4(3) 47
平成 20 年度第 2 回 伝交問 4(2) 48
平成 20 年度第 2 回 伝交問 4(3) [省略] 48
平成 20 年度第 1 回 伝交問 4(2) 49
平成 20 年度第 1 回 伝交問 4(3) [省略] 49
平成 19 年度第 2 回 伝交問 4(2) 50
平成 19 年度第 2 回 伝交問 4(3) [省略] 51
平成 19 年度第 1 回 伝交問 4(2) [省略] 51
平成 19 年度第 1 回 伝交問 4(3) [簡易版] 52
平成 18 年度第 2 回 伝交問 4(2) [省略] 53
平成 18 年度第 2 回 伝交問 4(3) 53
平成 18 年度第 1 回 伝交問 4(2) 54
平成 18 年度第 1 回 伝交問 4(3) [省略] 54
平成 17 年度第 2 回 一伝交問 4(2) [省略] 55
平成 17 年度第 1 回 一伝交問 4(2) 55
平成 17 年度第 1 回 一伝交問 4(3) 56
平成 16 年度第 2 回 一伝交問 4(2)(1) 57
平成 16 年度第 2 回 一伝交問 4(2)(2) 58
平成 16 年度第 1 回 一伝交問 4(2) 61
平成 15 年度第 2 回 一伝交問 4(2) 62
平成 15 年度第 2 回 線路問 4(2) 64
平成 15 年度第 1 回 一伝交問 4(2) 66
平成 15 年度第 1 回 一伝交問 4(3) 68
平成 14 年度第 2 回 一伝交問 3(2) 69
平成 14 年度第 1 回 一伝交問 3(2) [簡易版] 71
平成 13 年度第 2 回 一伝交問 1(2) 73
平成 13 年度第 1 回 一伝交問 3(2) 75
平成 12 年度第 2 回 一伝交問 4(2) 76
平成 12 年度第 1 回 一伝交問 2(2) 78
平成 11 年度第 2 回 一伝交問 2(2) 80

平成 11 年度第 1 回 一伝交問 2(2)......................82
平成 10 年度第 2 回 一伝交問 4(2) 84
平成 10 年度第 1 回 一伝交問 4(1) 86
平成 09 年度第 2 回 一伝交問 4(2) 88
平成 09 年度第 1 回 一伝交問 4(2) 89
平成 08 年度第 2 回 一伝交問 4(2) 90
平成 08 年度第 1 回 一伝交問 4(2) 91
平成 07 年度第 2 回 一伝交問 4(2) 93
平成 07 年度第 1 回 一伝交問 4(2) 94
平成 06 年度第 2 回 一伝交問 4(2) 95
平成 06 年度第 1 回 一伝交問 4(2) 96
平成 05 年度第 2 回 一伝交問 3(2) 97
平成 05 年度第 1 回 一伝交問 4(2) 98
平成 04 年度第 2 回 一伝交問 4(2) 99
平成 04 年度第 1 回 一伝交問 4(2) 100
平成 03 年度第 2 回 一伝交問 4(2) 101
平成 03 年度第 1 回 一伝交問 4(2) 102
平成 02 年度第 2 回 一伝交問 4(2) 103
平成 01 年度第 2 回 一伝交問 4(3) 105
平成 01 年度第 1 回 一伝交問 4(3) 107
昭和 63 年度第 2 回 一伝交問 3........................108
昭和 63 年度第 1 回 一伝交問 3(2) 110
昭和 63 年度第 1 回 一伝交問 3(3) 111
昭和 62 年度第 2 回 一伝交問 4........................113
昭和 62 年度第 1 回 一伝交問 3(1) 114
昭和 61 年度第 2 回 一伝交問 3........................115
昭和 61 年度第 1 回 一伝交問 4(1) 116
昭和 60 年度第 2 回 一伝交問 3........................117
昭和 60 年度第 1 回 一伝交問 3........................119
付録 1-1 121
付録 1-2 123

試験用信頼性計算の概略

頻出用語の説明

学術的・数学的に厳密な定義や手法を学ぶには時間と能力が必要なので、試験対策としてはあまり突き詰めて考えない方がよいでしょう。ここでは、対策に特化した内容だけを紹介します。

信頼度

装置・システム(これらをアイテムと呼ぶ慣わしがある。)が正常に動作している**確率**のこと。通常は Reliability の略をとって R という記号が用いられる。

確率なので 0～1 の間の数値をとるが、0%～100%の単位で設問・解答に現れることも多く、この手の引っ掛けが多い。

本来の数値的な定義(複数のアイテムを非修理で使用するときなど)は、

$$R = \frac{\text{動作可能アイテム数}}{\text{総アイテム数}}$$

であり、過去に出題されたことがある【平成 09 年度第 2 回 一伝交問 4(2)の iii】

一方、修理系で故障率が一定とみなせて確率的に故障が発生する環境下では、その発生の分布が指数分布に従うので、$R = \mathrm{e}^{-\lambda t}$といった形で扱うことが非常に多い。ここで e は自然対数の底、λ は「故障率」、t は「時間」である。他にも、$R = \exp(-\lambda t)$ とも表記されることが多いが、どちらも同じ意味。

不信頼度

装置・システムが故障状態となっている確率のこと。通常は Fault の略をとって F という記号を使うことが多い(Fault は故障状態、Failure は故障イベントのことを指すと定義される。)。単純に、

$$F = 1 - R$$

であり、これを利用すると並列系の信頼度を計算する際に絶大な威力を発揮する。

故障率と FIT

ある時間内に故障が発生する確率のこと。由来は不明だがギリシャ文字の λ (ラムダ)で表す慣わしがある。複数の非修理系アイテムの場合、

$$\lambda = \frac{\text{総故障件数}}{\text{総動作時間}}$$

で表される。一例として 10 台の装置が 20 時間の間に 5 台故障した場合、5 台÷(10 台×20 時間)=0.025 件/時間となって、1 時間あたり 0.025 件の故障率とみなせる。

一方、修理系で故障率が一定とみなせて確率的に故障が発生する環境下では、平均故障間動作時間(MTBF)の逆数

$$\lambda = \frac{1}{\mathrm{MTBF}}$$

として表せて、こちらの方が圧倒的に使う機会の多い式となる。

また、故障率の表記として 1×10^{-9} [件/時間]を単位とした **FIT**(Failure In Time/Failure Unit)が出されることもあるため注意。 → 【平成 29 年度第 2 回 伝交問 4(3)】

保全度

修理系のみに適用される測度で、Maintenance の略をとり、M として表されることが多い。定義は、

$$M = \frac{\text{総保全完了数}}{\text{総保全件数}}$$

である。例えば 5 台の装置を修理したとして、10 時間経過して 3 台を修理完了できたとする。このとき、修理開始から 10 時間の時点での保全度は M=0.6 となる。【→平成 21 年度第 2 回 伝交問 4(2)】

一方、修理の進行度合いが一定であると仮定した条件下であれば、修復率 μ をつかって

$$M = 1 - \mathrm{e}^{-\mu t}$$

と保全度関数で表すことができる。【→平成 21 年度第 1 回 伝交問 4(2)】

修復率

修理作業を行っている際に、単位時間内に修理が完了する割合。保全度で使用する記号 M に相当するギリシャ文字の μ (ミュー)を当てる場合が多い。【→平成 21 年度第 2 回 伝交問 4(2)】

$$\mu = \frac{\text{総保全件数}}{\text{総保全時間}}$$

一例として、3 件の修理を行い、合計で 6 時間かかったとすれば、修復率 μ は 0.5[件/時間]となる。

修復率が一定とみなせる場合、保全度は指数分布となるので、修復率は平均修復時間(MTTR)の逆数となり、式で表せば以下のようになる。

$$\mu = \frac{1}{\mathrm{MTTR}}$$

アベイラビリティ

アイテムが特定の時点で機能を維持している確率。信頼度と似ているが、修理による保全度と合わせて考えた確率である。Availability の略である A の記号で表されることが多い。

最も基本的な考え方は、

$$A = \frac{\text{動作可能時間}}{\text{全時間}}$$

であって、具体的には幾つかの定義が存在するが、そのうち「固有アベイラビリティ」が頻出指標となる。

$$\text{固有アベイラビリティ}A = \frac{\mathrm{MTBF}}{\mathrm{MTBF} + \mathrm{MTTRR}}$$

また、ときおり修復率 μ (1/MTTR)と故障率 λ (1/MTBF)を用いて以下のようにも表すことがある。【→平成 17 年度第 1 回 一伝交問 4(2)】

$$\text{固有アベイラビリティ}\ A = \frac{\mu}{\mu + \lambda}$$

なお、計算問題としての出番はないが、信頼性知識の問題として、

$$\text{運用アベイラビリティ}A = \frac{\mathrm{MUT}}{\mathrm{MUT} + \mathrm{MDT}}$$

の定義も数多く出題される。ここで、MUT は平均アップ時間(Mean Up Time)、MDT は平均ダウン時間(Mean Down Time)である。

MTBF/MTTF

MTBF(Mean Time Between Failure)は、平均故障間動作時間と訳される指標で、修理系アイテムに用いられる「故障のしやすさ」を時間で表したもの。

単純には、

$$\mathrm{MTBF}=\frac{\text{総動作時間}}{\text{故障件数}}$$

が定義となり、信頼性問題を解くための必須知識である。

このうち**総動作時間**は文字通り「動作していた時間」であって、故障中・修理中などで動作していない時間が含まれないことに注意。この手の引っ掛けがよく出る。

→【平成 29 年度第 1 回 伝交問 4(3)】、【平成 26 年度第 1 回 伝交問 4(3)】

n を故障件数、それぞれの故障までに動作していた時間を $t_i(i=1,2,\cdots,n)$としたとき

$$\mathrm{MTBF}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}t_i$$

と、より数式的な表現をされることも。

指数分布型の関数であれば MTBF は故障率の逆数となり、設問上は以下のように扱うことが圧倒的に多い。

$$\mathrm{MTBF}=\frac{1}{\lambda}$$

なお、指数関数型を含む連続分布の MTBF は、信頼度関数 R を用いて、以下の式で表される。

$$\mathrm{MTBF}=\int_0^{\infty}R\,\mathrm{dt}$$

ここで、$\mathrm{R}=\mathrm{e}^{-\lambda\mathrm{t}}$ を仮定すれば、

$$\mathrm{MTBF}=\int_0^{\infty}\mathrm{e}^{-\lambda\mathrm{t}}\,\mathrm{dt}=\left[-\frac{1}{\lambda}\mathrm{e}^{-\lambda\mathrm{t}}\right]_0^{\infty}=0-\left(-\frac{1}{\lambda}\right)=\frac{1}{\lambda}$$

の結果が導ける。

また MTTF(Mean Time To Failure)は、平均故障寿命と訳されており、非修理系のアイテムに適用する用語である。MTTF の定義は MTBF と根本的に異なるが、数値的には MTBF と一致した値が得られるため、試験対策上はあまり重視する必要がないと思われる。

よって、本資料上では MTBF/MTTF と併記することにしている。

MTTR

MTTR(Mean Time To Repair)は平均修復時間と呼ばれる量で、修理を完了するための平均時間を表し、アベイラビリティ、保全度、修復率に関係する。試験問題的には、

$$\mathrm{MTTR}=\frac{総修復時間}{保全件数}$$

と考えればよく、特に連続分布関数では、修復率μと逆数の関係にあるので、

$$\mathrm{MTTR}=\frac{1}{\mu}$$

としての扱いをすることも多い。固有アベイラビリティ A との関係では、以下の式がよく利用される。

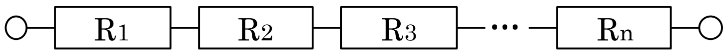
$$\mathrm{MTTR}=\mathrm{MTBF}\left(\frac{1}{A}-1\right)$$

信頼性モデルの計算方法基礎

直列系

n 個の直列接続したアイテムにおいて、それぞれの信頼度を Ri(ただし、i=1,2,3…n)とすれば、系全体の信頼度 Rs は、信頼度関数の種別に関係なく

$$R_s = R_1 \times R_2 \times R_3 \cdots R_n$$



と表現され、各信頼度の積が系全体の信頼度になる。直列系では信頼度をそのまま扱う方が楽に計算できる。

偶発故障期(指数分布 $R_i = \exp(-\lambda_i t)$ が成立する場合)に限るが、各アイテムの故障率 λ_i が与えられたとき、直列系全体の故障率 λ_s は

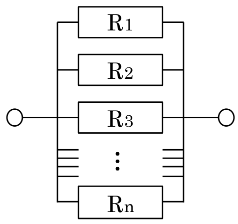
$$\lambda_s = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \cdots \lambda_n$$

と、単純加算される。これは $R_s = \mathrm{e}^{\lambda_s t} = \mathrm{e}^{\lambda_1 t} \times \mathrm{e}^{\lambda_2 t} \cdots \times \mathrm{e}^{\lambda_n t} = \mathrm{e}^{(\lambda_1 + \lambda_2 \cdots + \lambda_n) t}$ が成り立つからで、この関係を利用して解かなければならない場合がある。

並列系

n 個の並列接続したアイテムにおいて、**1 個でも稼働中**であれば系の機能を満足するとした場合、それぞれの信頼度を R_i(ただし、i=1,2,3…n)とすれば、各アイテムの不信頼度 $F_i=1-R_i$ を用いて、

$$F = F_1 \times F_2 \times F_3 \cdots F_n$$



この計算を信頼度 R を用いて表現すると煩雑になりやすく、

$$R = 1 - F = 1 - (1 - R_1) \times (1 - R_2) \times (1 - R_3) \times \cdots \times (1 - R_n)$$

となってしまうため、せいぜい2個程度までの計算規模に留めておきたい。並列冗長系の要点は不信頼度 F を用いて計算することにある。

なお、上記は 1/n 冗長系と呼ぶ特殊な場合である。m/n 冗長系(多数決冗長系)で「3 台中 2 台が稼動する必要がある場合」などには適用できないことに注意が必要。

m/n 冗長系の場合、各アイテムの信頼度が等しく、R であるとすれば、

$$R_{m/n} = \sum_{r=m}^{n} \binom{n}{r} R^{\,r} (1 - R)^{n-r} \qquad \text{ただし} \binom{n}{r} = \frac{n!}{r!\,(n-r)!}$$

といった一般式がある。だが、設問は場合分けをして求めれば解答できるように設定されているので、強いて挙げれば 2/3 冗長系の信頼式、$R_{2/3} = 3R^{\,2} - 2R^{\,3}$を使うことがある程度。あとは稀にだが、非修理系における 1/n 冗長系として、以下の式が出題されたことがある。

$$\mathrm{MTTF} = \frac{1}{\lambda} \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k} = \frac{1}{\lambda} \times \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n}\right)$$

計算に必要な数学入門

必要な数学は指数関数と対数関数の基礎ですが、この辺の見直し用にメモ書きします。

指数関数の基礎

記号と表記について

・	掛け算記号（×と同じ意味）
/	割り算記号（÷と同じ意味）
$y = a^x$	aを底(てい), xを指数と呼ぶ。xを肩と言うことも。
e	自然対数の**底**(2.71828…）という特別な数の記号。
$e^x = \exp(x)$	自然対数の底に限った2種類の指数関数表記ルール（どちらの表記でも可。指数を表す exponential の略）なお、カッコが付かない $y = \exp x$ との表記もあり

指数の基礎

$e^3 = e \cdot e \cdot e$	指数表記の基本	, $2^3 = 2 \times 2 \times 2$
$e^1 = e$	指数が 1 なら底と同じ	, $2^1 = 2$
$e^x \cdot e^y = e^{x+y}$	掛け算は指数の足し算	, $2^2 \cdot 2^3 \cdot 2^1 = 2^{2+3+1} = 2^6$

負の指数と 0 乗

$e^x \div e^y = e^{x-y}$	割り算は指数の引き算	, $2^3/2^1 = 2^{3-1} = 2^2$
$e^0 = 1$	0 乗は 1	, $2^2/2^2 = 2^{2-2} = 2^0 = 1$
$e^{-x} = \frac{1}{e^x}$	負の指数は割り算	, $2^{-1} = \frac{1}{2^1} = 0.5$

指数 x	3	2	1	0	-1	-2	-3
指数関数 y (底が 2 のとき)	2^3	2^2	2^1	2^0	2^{-1}	2^{-2}	2^{-3}
yの具体値	8	4	2	1	0.5	0.25	0.125

指数の累乗

$(e^x)^z = e^{xz}$　　指数の累乗は掛け算　　, $(2^2)^3 = 2^{2\times3} = 2^6$

指数関数同士の足し算、引き算

$e^x + e^y$　　式をこれ以上まとめる方法は無く、数値的に出すしかない

指数関係の演習

$e^{0.4} = 1.49$ とする。このとき$e^{-0.4}$ の値を求めよ。

$$e^{-0.4} = \frac{1}{e^{0.4}} = \frac{1}{1.49} = 0.671$$

ある中継装置の信頼度 R が $R = e^{\lambda t}$ の形で表されている。この装置10台で中継される伝送システムの信頼度 R_{10}を計算せよ。

$$R_{10} = \left(e^{-\lambda t}\right)^{10} = e^{-10\lambda t}$$

対数関数の基礎

記号と表記について

$y = \log_a x$　　aを底（てい）と呼ぶ。

$\log_e x$　　e を底とした自然対数

$\log_{10} x$　　10 を底とした常用対数

$\ln(x) = \log_e x$　　底を記載省略したときの自然対数の表記

( )は見易さのためにつけることがある。

$\mathrm{Log}(x) = \log_{10} x$　　底を記載省略したときの常用対数の表記

基礎 1

$y = \log_a x \;\leftrightarrow\; a^y = x$　　指数との関係性

$\log_a(0) = -\infty$　　実際には定義できないので参考掲示

$\log_a(1) = 0$　　底に寄らず1をインプットすると 0 になる。

$\log_{10}(10) = 1$　　引数と底が等しいときに1となる、もちろん $\log_e(e) = 1$

基礎 2

$\log_{10}(x \cdot y) = \log_{10}(x) + \log_{10}(y)$

$\log_{10}(x)^n = n \cdot \log_{10}(x)$

実際の計算例

$$\log_{10}(0.01) = -2$$

理由は以下のとおり。常用対数は 10 進法の桁数を表すのに使う。

$$\begin{aligned}\log_{10}(0.01) &= \log_{10}(1 \times 10^{-2}) \\ &= \log_{10}(1) + \log_{10}(10)^{-2} \\ &= 0 - 2 \\ &= -2\end{aligned}$$

自然対数化（肩を取り出す①）

指数関数の信頼度が指数分布 $R = e^{-\lambda t}$ として与えられているとき、時間tまたは故障率 λ について解かなくてはならない場合がある。このようなときは、両辺を自然対数化して考えればよい。

例えば、故障率 λ に関する式に変形するのであれば

$$R = e^{-\lambda t}$$

$$\log_e R = \log_e e^{-\lambda t} = -\lambda t \times \log_e e = -\lambda t$$

$$\lambda = -\frac{\log_e R}{t}$$

常用対数化（肩を取り出す②）

装置n台のときの信頼度を求める際などは常用対数化して求める事が多い。例えば、

$$0.3^n \rightarrow \log_{10} 0.3^n$$

と変換しておけば、$\log_{10} 0.3^n = n \times (\log_{10} 0.3)$ と台数nを Log の外に出すことができる。このとき、数値計算に必要な$\log_{10} 0.3$という値は設問の中で必ず与えられるので心配は無用。

数値計算のテクニック

数値計算をする際、手計算で近似値を素早く得るためのテクニック。ここで≈は近似記号として使っています。

$$y = \frac{1}{1-x} \approx 1 + x \qquad (x \ll 1)$$

$$y = \frac{1}{1+x} \approx 1 - x \qquad (x \ll 1)$$

x が1より十分小さい場合(目安として 0.1 以下なら 1%の誤差に収まる)には、上のような近似計算が可能である。

具体例① $y = \frac{1}{0.98}$を求めよ。

$$y = \frac{1}{0.98} = \frac{1}{1-0.02} \approx 1 + 0.02 = 1.02$$

真の値は 1.0204082…で誤差は約-0.04%

具体例② $y = \frac{0.004}{0.996}$ を求めよ

$$y = \frac{0.004}{0.996} = \frac{0.004}{1-0.004} = 0.004 \times \left(\frac{1}{1-0.004}\right) \approx 0.004 \times (1+0.004) = 0.004016$$

真の値は 0.004016064…で誤差は-0.02%以下。

具体例③ $y = \left(\frac{5000}{5010}\right)^2$を求めよ

$$\left(\frac{5000}{5010}\right)^2 = \left(\frac{1}{1+\frac{10}{5000}}\right)^2 = \left(\frac{1}{1+0.002}\right)^2 \approx (1-0.002)^2 \approx 1^2 - 2 \times 0.002 = 0.996$$

（参考）指数関数・対数関数の数値計算について

実際に指数関数（例えば $e^{-0.1}$ ）を手計算で求めるのはかなり面倒であり、試験内容としても予め設問文に設定してある値を使うようになっているため、指数関数自体の数値計算は不要である。

コンピュータ技術が発達するまでは、予め専門家によって計算された多桁の数表（対数表）を辞書として参照する手法が広く用いられていた。

もし手計算で行うならば、以下の級数展開式(Maclaurin 展開)を必要な精度まで計算することになる。（収束半径は∞なので x の値は気にしない…。）

$$e^{-x} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!}(-x)^n = \frac{1}{0!}x^0 - \frac{1}{1!}x^1 + \frac{1}{2!}x^2 - \frac{1}{3!}x^3 + \frac{1}{4!}x^4 \cdots$$

$$= 1 - x + \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{24}x^4 \cdots$$

実際に 2 次の項（第3項）まで計算するならば、

$$e^{-0.1} \cong 1 - (0.1) + 0.5 \times 0.1^2 = 0.905$$

となる。真の値は 0.904837418…になるので、|x|が小さい場合はそこそこの値は出てくる。

なお、x が 0.9～0 の範囲であれば、多項式で $e^{-x} \cong 1 - 0.97x + 0.35x^2$ でも 1%以下の誤差で数値計算が可能。

対数計算はさらに条件の考慮が必要で面倒なので記載省略する。

試験対策用簡易まとめ

信頼度（非修理系）

$$R = \frac{\text{動作可能アイテム数}}{\text{総アイテム数}}$$

信頼度（連続分布 & 故障率一定）

$$R = \mathrm{e}^{-\lambda t} = \exp(-\lambda t)$$

不信頼度

$$F = 1 - R$$

故障率 [件/時間、個/時間]

$$\lambda = \frac{\text{総故障件数}}{\text{総動作時間}}$$

$$\lambda = \frac{1}{\mathrm{MTBF}}$$

$$1\mathrm{FIT} = 1 \times 10^{-9}\ [\text{件/時間}]$$

保全度

$$M = \frac{\text{総保全完了数}}{\text{総保全件数}}$$

$$M = 1 - \mathrm{e}^{-\mu t}$$

修復率 [件/時間]

$$\mu = \frac{\text{総保全件数}}{\text{総保全時間}}$$

$$\mu = \frac{1}{\mathrm{MTTR}}$$

アベイラビリティ

$$A = \frac{\text{動作可能時間}}{\text{全時間}}$$

固有アベイラビリティ

$$A = \frac{\mathrm{MTBF}}{\mathrm{MTBF} + \mathrm{MTTR}} = \frac{\mu}{\mu + \lambda}$$

MTBF [時間/件]

総動作時間 = 全時間 − 不稼動時間

$$\mathrm{MTBF} = \frac{\text{総動作時間}}{\text{故障件数}} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} t_i$$

$$\mathrm{MTBF} = \frac{1}{\lambda}$$

MTTR [時間/件]

$$\mathrm{MTTR} = \frac{\text{総修復時間}}{\text{保全件数}}$$

$$\mathrm{MTTR} = \frac{1}{\mu} = \mathrm{MTBF}\left(\frac{1}{A} - 1\right)$$

直列系システムの信頼度

$$R = R_1 \times R_2 \times R_3 \cdots R_n$$

直列系システムの故障率（指数分布のとき）

$$\lambda = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \cdots \lambda_n$$

並列系システムの<u>不</u>信頼度

$$F = F_1 \times F_2 \times F_3 \cdots F_n$$

並列系システムの信頼度

$$R = 1 - (1 - R_1) \times (1 - R_2) \cdots \times (1 - R_n)$$
$$= 1 - F_1 \times F_2 \times F_3 \cdots \times F_n$$

2/3 並列冗長システムの信頼度

$$R_{2/3} = 3\,R_0{}^2 - 2R_0{}^3$$

非修理系の 1/n 並列システムにおける MTTF

$$\mathrm{MTTF} = \frac{1}{\lambda}\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k} = \frac{1}{\lambda} \times \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n}\right)$$

$$= \mathrm{MTBF} \times \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n}\right)$$

過去問で実践する信頼性計算

昭和 60 年度第 1 回～令和元年度第 2 回

伝送交換設備管理(旧 1 種伝送交換)
線路設備管理（平成 16 年度以降は伝交と同一出題）

近年の出題傾向

直近 9 年 15 回分の出題傾向は以下の通りです。2021 年現在では、下記の分類はほぼ同一問題となっています。出題パターンは 8 通りでした。（令和 2 年度第 1 回/2020 年 7 月期はコロナ影響により中止）

出題傾向(H23-2～R01-2)

類題の分類	出題数	古←　出題年次　→新			
メモリ素子基板の信頼性	3	H25-1	H26-2	H29-2	R01-2
非修理系システムの故障率と信頼度	2	H24-2	H30-2		
MTBF とアベイラビリティ	2	H28-1	H29-1		
所要冗長台数とアベイラビリティ	2	H27-1	H30-1		
MTBF と冗長システムの信頼度	2	H26-1	H28-2		
信頼度と要求故障率	2	H23-2	H27-2		
MTTR と直列系 MTBF	1	H25-2			
MTTR と所要冗長台数	1	H24-1	H31-1		

令和 01 年度第 2 回 伝交問 4(3)

（３） 次の文章は、基板の信頼性について述べたものである。 $\boxed{}$ 内の（キ）、（ク）に最も適したものを、下記の解答群から選び、その番号を記せ。ただし、基板は偶発故障期間にあり、メモリ素子個々の故障率は同一値とし、log_e０．９９＝－０．０１ 、$e^{-0.1}$＝０．９とする。

（３点×２＝６点）

１０，０００個のメモリ素子を組み込んだ基板の使用開始後５０時間における信頼度が０．９９であるとき、メモリ素子１個当たりの故障率は、 （キ） ［ＦＩＴ］である。また、この基板の使用開始後５００時間以内に故障する確率は、 （ク） ［%］である。

<（キ）、（ク）の解答群>

① 2×10^{-8}	② 1.98×10^{-6}	③ 2×10^{-4}	④ ５
⑤ １０	⑥ ２０	⑦ ５０	⑧ ８０
⑨ ９０	⑩ 1.98×10^{3}	⑪ 2×10^{5}	

(キ) 1個のメモリ素子の故障であっても、基板故障となるという暗黙の前提を考慮しておく。あとは信頼度基本式、$R(t) = \exp(-\lambda t)$ に代入して計算すればよい。基板故障率をλ_B (B は Board の意)とおくと、信頼度 R は、t=50 時間なので

$$R = e^{-50\lambda_B} = 0.99$$

と式を立てられる。ここで、両辺を自然対数化して、λ_Bについて解くと、

$$\log_e R = -50\lambda_B = \log_e 0.99 = -0.01$$

$$\therefore \quad \lambda_B = \frac{0.01}{50} = \frac{0.02}{100} = 2\times10^{-4}$$

この基板故障率λ_Bは、メモリ素子 10,000 個で構成された直列系の故障率であり、個々の素子の故障率をλ_Dと置けば(D は Device の意)、偶発故障期の直列系基本式からλ_B=10000λ_Dの関係があるため、

$$\lambda_D = \frac{2\times10^{-4}}{10,000} = 2\times10^{-4-4} = 2\times10^{-8} = 20\times10^{-9} \to 20\text{ FIT}$$

よって、キの解答は⑥となる。

(ク) 基板を 500 時間使用後の信頼度R_xを求めるには、基板故障率λ_Bを利用するだけでよい。

$$R_x = \exp(2\times10^{-4}\times500) = e^{-0.1} = 0.9$$

ただし、要求されているのは「基板が稼動している確率」である信頼度ではなく、「基板が故障している確率」である不信頼度F_xであるので、最後に$F_x = 1 - R_x$の計算と%表示への換算をしておかなければならない。

$$F_x = 1 - 0.9 = 0.1 \to 10[\%]$$

よって、解答は⑨の 90%ではなく、⑤の 10%が正しい。

類題 平成 29 年度第 2 回 伝交問 4(3)
平成 26 年度第 2 回 伝交問 4(3)
平成 25 年度第 1 回 伝交問 4(3)

平成 31 年度第 1 回 伝交問 4(3)

（3） 次の文章は、ある装置の信頼性について述べたものである。 ＿＿＿ 内の(キ)、(ク)に最も適したものを、下記のそれぞれの解答群から選び、その番号を記せ。ただし、装置は偶発故障期間にあるものとする。 （３点×２＝６点）

（ｉ） 装置Ａの故障率が０．２［%／時間］であるとき、固有アベイラビリティが９８．０［%］であるためには、ＭＴＴＲは、 (キ) ［時間］でなければならない。ただし、答えは四捨五入により小数第２位までとする。

〈(キ)の解答群〉

① １.００	② ３.９２	③ １０.００
④ １０.２０	⑤ １２.４２	

（ⅱ） 信頼度７０［%］である装置Ｂを複数台並列に接続し、信頼度を９９［%］以上とするためには、装置Ｂを少なくとも、 (ク) 台構成とする必要がある。ただし、必要に応じ以下の値を用いること。

log_{10}０．３＝−０．５２３、log_{10}０．７＝−０．１５５

〈(ク)の解答群〉

① ４	② ５	③ ６	④ ７	⑤ ８

解答は次ページ

(1)　固有アベイラビリティ A の定義から所要の MTTR を計算するためには、最初に MTBF を求めなくてはならない。故障率は 0.2[%/時間]なので、0.002 [件/時間] である。

故障率λから MTBF を計算すれば、

$$\mathrm{MTBF} = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{0.002} = 500\ [\text{時間}]$$

$$\mathrm{A} = \frac{\mathrm{MTBF}}{\mathrm{MTBF} + \mathrm{MTTR}} \quad \rightarrow \quad \mathrm{MTTR} = \mathrm{MTBF}\left(\frac{1}{\mathrm{A}} - 1\right) = 500 \times \left(\frac{1}{0.98} - 1\right) \simeq 10.20$$

ゆえに、解答は②となる。なお、1/0.98 は、ほぼ 1 に近いので近似計算として 1/(1-0.02)≒1.02 を使うと速く計算が終わる。

類題　平成 25 年度第 2 回伝交問 4(3)
平成 24 年度第 1 回 伝交問 4(3)(1)
平成 22 年度第 1 回 伝交問 4(3)(1)

(2)　1/n 冗長系のアベイラビリティは、各装置の不信頼度 F=1-A の積がシステム全体の不信頼度を表す。

目標とするシステムの不信頼度を Fs とすれば、問題文より $\mathrm{Fs} = 1 - 0.99 = 0.01$ 以下が目標水準となる。

装置 1 台あたりの信頼度 A は等しく 0.7 なので、装置ごとの不信頼度 F は 0.3 と簡単に求まる。

よって、n 台の冗長系システム不稼動率 Fs は F=0.3 をn乗したときに 0.01 以下になる必要があり、

$$\mathrm{F}^{\mathrm{n}} \leq \mathrm{Fs}$$

$$0.3^{\mathrm{n}} \leq 0.01$$

という不等式が得られるので、あとは台数nを求めるために、両辺を常用対数に変換して台数nについて解けばよい。このとき、設問にある $\log_{10} 0.3 = -0.523$ の値を利用できる。

$$\log_{10}(0.3)^n \leq \log_{10}(0.01)$$

$$n \cdot \log_{10}(0.3) \leq \log_{10}(10)^{-2}$$

$$-0.523n \leq -2$$

$$0.523n \geq 2$$

$$n \geq 3.82$$

よって、式を満たす最小の台数（自然数）は 4 台となり、キの解答は①となる。

類題　平成 30 年度第 1 回 伝交問 4(3)
平成 24 年度第 1 回 伝交問 4(3)
平成 22 年度第 1 回 伝交問 4(3)

平成 30 年度第 2 回 伝交問 4(3)

（３）　次の文章は、ある非修理系システムの故障率などについて述べたものである。このシステムが故障するまでの運用時間の分布が表に示すとおりのとき、$\boxed{}$ 内の(キ)、(ク)に最も適したものを、下記のそれぞれの解答群から選び、その番号を記せ。ただし、システムは偶発故障期間にあり、log_e０．９＝－０．１とし、ｅは自然対数の底とする。　（３点×２＝６点）

（運用時間の単位：時間）

故障番号	１	２	３	４	５	６	７	８	９	１０
運用時間	３０	３１	２０	３３	１８	３１	３０	１６	１７	２４

（ｉ）　このシステムの１時間あたりの故障率は $\boxed{（キ）}$ である。

〈(キ)の解答群〉
① ０．０４　② ０．０５　③ ０．２　④ ０．３　⑤ ０．４

（ⅱ）　このシステムの稼働開始後 $\boxed{（ク）}$ 時間の信頼度は、０．９である。

〈(ク)の解答群〉
① ０．０３６　② ０．９４　③ ２．５　④ １４．４　⑤ ２７

(1)　故障率の定義から求める。総動作時間は地道に計算する必要があり、

$$30 + 31 + 20 + \cdots + 17 + 24 = 250[\text{時間}]$$

故障件数は表中にあるので 10 件。よって、故障率λは

$$\lambda = \frac{\text{総故障件数}}{\text{総動作時間}} = \frac{10}{250} = 0.04\ [\text{件/時間}]$$

となり、キは①が正解となる。

(2)　信頼度計算の基本式、$R = e^{-\lambda t}$ の両辺を自然対数化して t について解けばよい。両辺を自然対数化すれば $\log_e(R) = \log_e(e^{-\lambda t}) = -\lambda t$ なので、λt の肩の部分が取り出せる。あとは、R に 0.9、λに 0.04 を代入して、t について計算すれば、

$$t = -\frac{1}{\lambda} \times \log_e(R) = -25 \times \log_e(0.9) = -25 \times -0.1 = 2.5$$

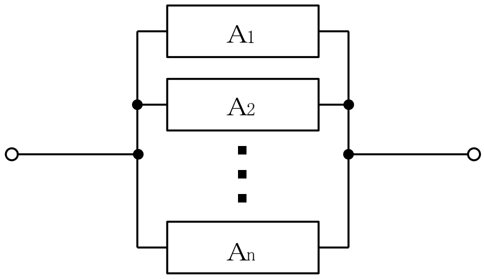
よって、求めるべき経過時間は 2.5 時間となり、クは③が正解となる。

類題　平成 24 年度第 2 回 伝交問 4(3)

平成 30 年度第 1 回 伝交問 4(3)

（3） 次の文章は、システムの信頼性について述べたものである。$\boxed{}$ 内の(キ)、(ク)に最も適したものを、下記のそれぞれの解答群から選び、その番号を記せ。ただし、システムを構成する装置は偶発故障期間にあり、$log_{10}3$＝０．４７７とする。また、答えは四捨五入し有効数字３桁とする。 （３点×２＝６点）

（ｉ） 図に示すように、信頼度０．７である装置Ａが、ｎ台並列に接続されている$\frac{1}{n}$ 冗長システムにおいて、システム全体の信頼度を０．９９９以上にするためには、装置Ａの台数であるｎを少なくとも $\boxed{（キ）}$ 以上とする必要がある。



＜(キ)の解答群＞

① ６　② ８　③ ２０　④ ３６　⑤ ３００

（ⅱ） あるシステムのアベイラビリティ及びＭＴＴＲについて、ある運用期間内において調査したところ、アベイラビリティが 99.6〔%〕、ＭＴＴＲが 2〔時間〕であった。このシステムの調査期間内の故障率は、$\boxed{（ク）}$ 〔件／時間〕である。ただし、答えは四捨五入し有効数字３桁とする。

＜(ク)の解答群＞

① 2.01×10^{-3}　② 4.00×10^{-3}　③ 3.34×10^{-1}
④ 4.96×10^{-1}　⑤ 5.02×10^{-1}　⑥ 6.66×10^{-1}

解答は次ページ

類題　平成 27 年度第 1 回 伝交問 4(3)
平成 23 年度第 1 回 伝交問 4(3)(ⅲ)

(キ)　1/n 冗長系のアベイラビリティは、各装置の不信頼度 F=1-A の積がシステム全体の不信頼度を表す。

目標とするシステムの不信頼度を Fs とすれば、問題文より $\mathrm{Fs} = 1 - 0.999 = 0.001$ 以下が目標水準となる。装置 1 台あたりの信頼度 A は等しく 0.7 なので、装置ごとの不信頼度 F は 0.3 と簡単に求まる。

よって、n 台の冗長系システム不稼動率 Fs は F=0.3 をn乗したときに 0.001 以下になる必要があり、

$$\mathrm{F^n} \leq \mathrm{Fs}$$

$$0.3^{\mathrm{n}} \leq 0.001$$

という不等式が得られるので、あとは台数nを求めるために、両辺を常用対数で変換して台数nについて解けばよい。このとき、設問にある $\log_{10} 3 = 0.477$ の値を利用できる。

$$\log_{10}(0.3)^n \leq \log_{10}(0.001)$$

$$\mathrm{n} \cdot \log_{10}(3 \times 10^{-1}) \leq \log_{10}(10^{-3})$$

$$\mathrm{n} \cdot \{\log_{10}(3) + \log_{10}(10^{-1})\} \leq \log_{10}(10^{-3})$$

$$\mathrm{n} \cdot (\log_{10}3 - 1) \leq -3$$

$$\mathrm{n} \cdot (0.477 - 1) \leq -3$$

$$-0.523\mathrm{n} \leq -3$$

$$\mathrm{n} \geq 5.74$$

よって、式を満たす最小の台数(自然数)は 6 台となり、キの解答は①となる。

(ク)　固有アベイラビリティ A の定義式を知っていれば、比較的容易な問題。

$$\mathrm{A} = \frac{\mathrm{MTBF}}{\mathrm{MTBF} + \mathrm{MTTR}} \quad \rightarrow \quad \mathrm{MTBF} = \frac{\mathrm{MTTR} \times \mathrm{A}}{1 - \mathrm{A}}$$

と、最初に定義式を MTBF について変形しておく。次に故障率 λ は MTBF の逆数であるので、

$$\lambda = \frac{1}{\mathrm{MTBF}} = \frac{1 - \mathrm{A}}{\mathrm{MTTR} \times \mathrm{A}}$$

最後に値を代入すると、

$$\lambda = \frac{1 - 0.996}{2 \times 0.996} = \frac{0.004}{1.992} = \frac{0.002}{0.996} \approx 0.002008 = 2.01 \times 10^{-3}$$

よって、クの最も近い選択肢は①の 2.01×10^{-3} となる。

(参考)　本問程度の計算精度であれば、解答がほぼ 0.002＝2.00×10^{-3} となるので、詳細に計算しなくても選択肢から①を選ぶこともできる。

$$\frac{0.004}{1.992} = \frac{0.002}{0.996} \approx \frac{0.002}{1} = 2 \times 10^{-3}$$

類題　平成 27 年度第 1 回 伝交問 4(3)

平成 23 年度第 1 回 伝交問 4(3)(iii)

平成 29 年度第 2 回 伝交問 4(3)

（３）　次の文章は、１０，０００個のメモリ素子を組み込んだ基板Ａの信頼性について述べたものである。$\boxed{\quad\quad}$ 内の（キ）、（ク）に最も適したものを、下記の解答群から選び、その番号を記せ。ただし、基板Ａは偶発故障期間にあるものとし、log_e ０．９９＝－０．０１ 、$e^{-0.025}$＝０．９７５とする。　（３点×２＝６点）

基板Ａの使用開始後２００時間における信頼度が０．９９であるとき、メモリ素子１個の故障率は、$\boxed{（キ）}$［ＦＩＴ］である。また、基板Ａの使用開始後５００時間以内に故障する確率は、$\boxed{（ク）}$［%］である。ただし、メモリ素子個々の故障率は同一値とする。

＜（キ）、（ク）の解答群＞

① 5×10^{-9}	② 4.95×10^{-7}	③ 5×10^{-5}	④ １
⑤ １．５	⑥ ２	⑦ ２．５	⑧ ３
⑨ ５	⑩ １０	⑪ ３９．６	⑫ ９７．５

(キ)　1個のメモリ素子の故障であっても、基板故障となるという暗黙の前提を考慮しておく。あとは信頼度基本式、$R(t) = \exp(-\lambda t)$ に代入して計算すればよい。

基板故障率をλ_B (B は Board の意)とおくと、信頼度 R は、t=200時間なので

$$R = e^{-200\lambda_B} = 0.99$$

と計算できる。ここで、両辺を自然対数化して、λ_Bについて解くと、

$$\log_e R = -200\lambda_B = \log_e 0.99 = -0.01$$

$$\therefore\ \lambda_B = \frac{0.01}{200} = 5\times10^{-5}$$

この基板故障率λ_Bは、メモリ素子 10,000 個で構成された直列系の故障率であり、個々の素子の故障率をλ_Dと置けば(D は Device の意)、偶発故障期の直列系基本式からλ_B=10000λ_Dの関係があるため、

$$\lambda_D = \frac{5\times10^{-5}}{10{,}000} = 5\times10^{-5-4} = 5\times10^{-9} \rightarrow 5\ \mathrm{FIT}$$

よって、キの解答は⑨となる。

(ク)　基板の 500 時間使用後の信頼度R_xを求めるには、基板故障率λ_Bを利用するだけでよい。

$$R_x = \exp(5\times10^{-5}\times500) = e^{-0.025} = 0.975$$

ただし、要求されているのは「基板が稼動している確率」である信頼度ではなく、「基板が故障している確率」である不信頼度F_xであるので、最後に$F_x = 1 - R_x$の計算と%表示への換算をしておかなければならない。

$$F_x = 1 - 0.975 = 0.025 \rightarrow 2.5[\%]$$

よって、解答は⑫の 97.5%ではなく、⑦の 2.5%が正しい。

類題　平成 26 年度第 2 回 伝交問 4(3)
平成 25 年度第 1 回 伝交問 4(3)
平成 22 年度第 2 回 伝交問 4(2)（省略）

平成 29 年度第 1 回 伝交問 4(3)

（３）　次の文章は、修理系装置の信頼性について述べたものである。 $\boxed{\quad}$ 内の（キ）、（ク）に最も適したものを、下記の解答群から選び、その番号を記せ。ただし、装置は偶発故障期間にあるものとする。また、指数関数の値は、ｅを自然対数の底とすると、$e^{0.1}$＝１．１１、$e^{0.2}$＝１．２２、$e^{0.4}$＝１．４９、e^{1}＝２．７２、e^{2}＝７．３９、e^{4}＝５４．６０とし、答えは、四捨五入により整数とする。（３点×２＝６点）

装置のある一定期間の稼働状況を調査したところ、１０回の故障があり、そのたびに修理を行った。また、この期間の動作時間の合計は２，５００時間、故障による休止時間の合計は２００時間であった。

（ｉ）この装置の稼動開始後１００時間経過時点における信頼度は、 $\boxed{（キ）}$ [%]である。

（ii）この装置の固有アベイラビリティは、 $\boxed{（ク）}$ [%]である。

<（キ）、（ク）の解答群>

① ４	② ６	③ ７	④ ６７
⑤ ７４	⑥ ８２	⑦ ９３	⑧ ９６

基本的な設問だが、計算のためには指数関数の基礎知識も必要。(参考:平成20年度第1回試験)

(1)　信頼度の基本公式 $R = \exp(-\lambda t)$ が計算できればよい。t は設問で 100 時間と指定されているので、残るは故障率 λ の値である。λ は故障回数÷総動作時間なので、

$$\lambda t = \frac{10\ \text{回}}{2500\ \text{時間}} \times 100\ \text{時間} = \frac{1000}{2500} = \frac{2}{5} = 0.4$$

となる。あとは公式に代入すればいいのだが、$e^{-0.4}$ の値が直接与えられていないので、少しだけ工夫する必要がある。($a^{-x} = 1/a^{x}$の関係を利用する。)

$$R = e^{-0.4} = \frac{1}{e^{0.4}} = \frac{1}{1.49} = 0.671 \ \rightarrow 67.1\% \ \approx 67\%$$

よって、(キ)は④が正解となる。

(2)　固有アベイラビリティ A の定義式に当てはめればよい。先に、MTBF と MTTR を計算すると、

$$\text{MTBF} = \frac{2500\ \text{時間}}{10\ \text{回}} = 250[\text{時間}/\text{回}]\ ,\ \text{MTTR} = \frac{200\ \text{時間}}{10\ \text{回}} = 20[\text{時間}/\text{回}]$$

と簡単に値が出る。これらを定義式に代入すれば、

$$\text{A} = \frac{\text{MTBF}}{\text{MTBF} + \text{MTTR}} = \frac{250}{250 + 20} = 0.926 \rightarrow 92.6\% \ \approx 93\%$$

。よって(ク)の選択肢は⑦が正解。

類題　平成 28 年度第 1 回 伝交問 4(3)

平成 28 年度第 2 回 伝交問 4(3)

（３）　次の文章は、装置の信頼性について述べたものである。 [　　　] 内の(キ)、(ク)に最も適したものを、下記のそれぞれの解答群から選び、その番号を記せ。ただし、装置は偶発故障期間にあり、$e^{-0.10}=0.90$、$e^{-0.08}=0.92$、$e^{-0.04}=0.96$とし、eは自然対数の底とする。　（３点×２＝６点）

（ｉ）　装置Ａの総動作時間を２，０００時間、総動作不能時間を４００時間、故障回数を４回としたとき、装置ＡのＭＴＢＦは、 [（キ）] ［時間］である。

＜(キ)の解答群＞

①　１００　　②　４００　　③　５００　　④　６００

（ii）　装置B_1及びB_2のＭＴＢＦをそれぞれ２，０００時間及び５，０００時間としたとき、装置B_1及びB_2をそれぞれ一つ用いた並列冗長システムの２００時間における信頼度は、 [（ク）] ［％］である。

＜(ク)の解答群＞

①　８６．４　②　９６．０　③　９９．６　④　９９．８

類題　　平成 26 年度第 1 回 伝交問 4(3)

基本で素直な設問。ただし、上の類題を理解せずに解いただけだと引っかかりやすい。

(1)　ごく単純に MTBF の定義より求めればよい。なお､MTBF を求めるのに動作不能時間は不要である。

$$\mathrm{MTBF}=\frac{\text{総動作時間}}{\text{総故障数}}=\frac{2000}{4}=500\ [\text{時間/回}]$$

よって、③の500が正解となる。

(2)　単純な並列冗長系の計算となる。基本式 $R=\exp(-\lambda t)$ より、B_1, B_2 のそれぞれのアイテムの信頼度 R_1, R_2並びに、それぞれの不信頼度F_1, F_2を求める。

$$\mathrm{R}_1=\exp\left(-\frac{200}{2000}\right)=\exp(-0.10)=0.90\ ,\qquad \mathrm{R}_2=\exp\left(-\frac{200}{5000}\right)=\exp(-0.04)=0.96$$

不信頼度はそれぞれ、$F_1=1-R_1=0.10$ 、$F_2=1-R_2=0.04$となるので、総合の不信頼度 F は、$\mathrm{F}_{12}=\mathrm{F}_1\times\mathrm{F}_2=0.004$ 。よって、総合の信頼度 R_{12} は

$$R_{12}=1-F_{12}=0.996\rightarrow 99.6[\%]$$

よって、クの解答は③となる。

平成 28 年度第 1 回 伝交問 4(3)

（３） 次の文章は、修理系における装置の信頼性について述べたものである。$\boxed{}$ 内の（キ）、（ク）に最も適したものを、下記の解答群から選び、その番号を記せ。ただし、装置は偶発故障期間にあるものとし、答えは、有効数字２桁とする。（３点×２＝６点）

装置の動作時間などを調査したところ、総動作時間が６００〔時間〕、総故障数が１０件、平均修復時間が５〔時間〕という結果が得られた。

（ｉ） 装置のＭＴＢＦは、$\boxed{\text{（キ）}}$ ［時間］である。

（ⅱ） 装置の固有アベイラビリティは、$\boxed{\text{（ク）}}$ ［%］である。

＜（キ）、（ク）の解答群＞

① ５０	② ６０	③ ８３	④ ９２
⑤ ９９	⑥ １２０	⑦ ５００	⑧ ５５０

新問ではあるが、いずれも基本的な問題であり簡単な部類。

（ｉ） ごく基本の問題である。動作時間600時間中、10 件の故障なので、

$$\mathrm{MTBF} = \frac{600}{10} = 60 \ \text{[時間/件]}$$

となり、(キ)の選択肢は②が正解。

（ⅱ） こちらも基本問題である。固有アベイラビリティの定義式に当てはめれば、

$$A = \frac{\mathrm{MTBF}}{\mathrm{MTBF} + \mathrm{MTTR}} = \frac{60}{60+5} = 0.923 \rightarrow 92.3\%$$

となり、有効数字が 2 桁でよいため 92%が解答となる。よって(ク)の選択肢は④が正解。

類題 平成 29 年度第 1 回 伝交問 4(3)

平成 27 年度第 2 回 伝交問 4(3)

（３）　次の文章は、ある装置の信頼性について述べたものである。 ☐ 内の(キ)、(ク)に最も適したものを、下記のそれぞれの解答群から選び、その番号を記せ。ただし、装置は偶発故障期間にあるものとする。また、指数関数の値は、$e^{-0.025}=0.975$、$e^{-0.25}=0.779$、$e^{-0.001}=0.999$とし、ｅは自然対数の底とする。　（３点×２＝６点）

（ｉ）　装置Ａを１，２００時間使用したところ３回の故障が発生した。装置Ａの１０時間使用時点における信頼度は、 (キ) ［%］である。

〈(キ)の解答群〉

① ４０．０　② ７５．０　③ ７７．９　④ ９７.５　⑤ ９９．５

（ⅱ）　装置Ｂの稼動開始後２００時間経過時点の信頼度を９９．９［%］以上に維持するためには、装置Ｂの平均故障率を (ク) ［%／時間］以下にしなければならない。

〈(ク)の解答群〉

① 5.0×10^{-6}　② 2.5×10^{-5}　③ 5.0×10^{-5}
④ 2.5×10^{-4}　⑤ 5.0×10^{-4}

（ｉ）　装置 A の故障率λは、$\lambda = 3/1200 = 1/400$ [件/時間]と、すぐに計算ができるので、あとは信頼度の基本式に代入するだけでよい。

$$R = \exp(-\lambda t) = \exp\left(-\frac{10}{400}\right) = \exp(-0.025) = 0.975 \to 97.5[\%]$$

（ⅱ）　装置 B は基本式をλについて変形し、単純に解けばよい。ただし、求める結果が%表示であることに注意が必要。変形にあたっては、以下のように両辺を自然対数化する。

$$R = \mathrm{e}^{-\lambda t}$$

$$\log_e R = \log_e \mathrm{e}^{-\lambda t} = -\lambda t$$

ここで、λについて式を整理すれば、(※ ln R は $\log_e R$の別表記です。)

$$\lambda = -\frac{1}{t}\times\ln(R) = -\frac{\ln(0.999)}{200}$$

$$= -\frac{\ln(\mathrm{e}^{-0.001})}{200}$$

$$= \frac{0.001}{200} = \frac{1\times10^{-3}}{2\times10^{2}} = 5\times10^{-6}$$

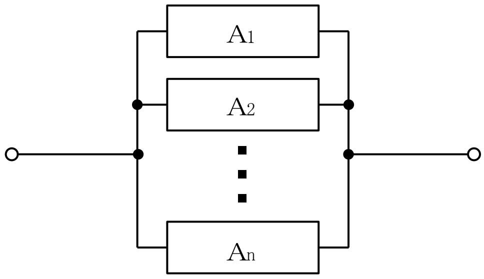
これを 100 倍して%単位になおせば、λ=5×10^{-4}[%時間]の結果が得られ、クの選択肢は⑤となる。

類題　平成 23 年度第 2 回 伝交問 4(3)
　　　平成 22 年度第 1 回 伝交問 4(2)

平成 27 年度第 1 回 伝交問 4(3)

（３）　次の文章は、システムの信頼性について述べたものである。 $\boxed{}$ 内の（キ）、（ク）に最も適したものを、下記のそれぞれの解答群から選び、その番号を記せ。ただし、システムを構成する装置は偶発故障期間にあり、$log_{10}3$＝０．４７７とする。また、答えは四捨五入し有効数字３桁とする。　（３点×２＝６点）

（ｉ）　図に示すように、信頼度０．７である装置Ａが、ｎ台並列に接続されている$\frac{1}{n}$冗長システムにおいて、システム全体の信頼度を０．９９９９以上にするためには、装置Ａの台数であるｎを少なくとも $\boxed{（キ）}$ 以上とする必要がある。



〈（キ）の解答群〉
① ６　② ８　③ ２０　④ ３６　⑤ ３００

（ⅱ）　あるシステムのアベイラビリティ及びＭＴＴＲについて、ある運用期間内において調査したところ、アベイラビリティが 99.6〔%〕、ＭＴＴＲが１〔時間〕であった。このシステムの調査期間内の故障率は、 $\boxed{（ク）}$ 〔件／時間〕である。

〈（ク）の解答群〉
① 4.00×10^{-3}　② 4.02×10^{-3}　③ 4.99×10^{-1}
④ 5.01×10^{-1}　⑤ ２．００

解答は次ページ

(キ)　1/n 冗長系のアベイラビリティは、不稼働率 1-A の積が、システム全体の不稼働率を表す。式で表せば、

$$1-(1-0.7)^{n} \geq 0.9999$$

となる。この式の計算を進めれば、

$$-(0.3)^{n} \geq -0.0001$$

$$0.3^{n} \leq 0.0001$$

という不等式が得られるので、台数nを求めるために、両辺を常用対数で変換して比較する。

$$\log_{10}(0.3)^{n} \leq \log_{10}(0.0001)$$

$$n\cdot\log_{10}(3\times10^{-1}) \leq \log_{10}(10^{-4})$$

$$n(\log_{10}3-1) \leq -4\cdot\log_{10}10$$

$$n(0.477-1) \leq -4$$

$$-0.523n \leq -4$$

$$n \geq 7.65$$

よって、式を満たす最小の台数（自然数）は 8 台となり、キの解答は②となる。

類題　平成 23 年度第 1 回 伝交問 4(3)(iii)

(ク)　固有アベイラビリティ A の定義式を知っていれば、比較的容易な問題。

$$A=\frac{\mathrm{MTBF}}{\mathrm{MTBF}+\mathrm{MTTR}} \rightarrow \mathrm{MTBF}=\frac{\mathrm{MTTR}\times A}{1-A}$$

と、定義式を最初に MTBF について変形しておく。次に故障率 λ は MTBF の逆数であるので、

$$\lambda=\frac{1}{\mathrm{MTBF}}=\frac{1-A}{\mathrm{MTTR}\times A}$$

最後に値を代入すると、

$$\lambda=\frac{1-0.996}{1\times0.996}=\frac{0.004}{0.996}=\frac{0.004}{0.996}\approx0.004016=4.02\times10^{-3}$$

なお、ここでしっかりと有効数字4桁目まで計算しないと、回答が絞り込めない。よって、クの最も近い選択肢は②の 4.02×10^{-3} となる。

(参考) 本問程度の計算精度であれば、分母が 1 に極めて近いため、下記のような近似計算ができる。

$$\frac{0.004}{0.996}=\frac{0.004}{1-0.004}\approx0.004(1+0.004)=4.016\times10^{-3}\approx4.02\times10^{-3}$$

類題　平成 23 年度第 1 回 伝交問 4(3)(iv)

なお、（キ）（ク）両問は　平成 30 年度第 1 回 伝交問 4(3)　にて数値を変えて出題されている。

平成 26 年度第 2 回 伝交問 4(3) [簡易版]

（３）　次の文章は、１０，０００個のメモリ素子を組み込んだ基板Ａの信頼性について述べたものである。［　　　］内の（キ）、（ク）に最も適したものを、下記の解答群から選び、その番号を記せ。ただし、基板Ａは偶発故障期間にあるものとし、$\log_e$０．９９＝－０．０１　、$e^{-0.05}$＝０．９５とする。（３点×２＝６点）

基板Ａの使用開始後１００時間における信頼度が０．９９であるとき、メモリ素子１個の故障率は、［（キ）］［ＦＩＴ］である。また、基板Ａの使用開始後５００時間以内に故障する確率は、［（ク）］［%］である。ただし、メモリ素子個々の故障率は同一値とする。

＜（キ）、（ク）の解答群＞

①　1×10^{-8}	②　9.9×10^{-7}	③　1×10^{-4}	④　５
⑤　１０	⑥　２０	⑦　５０	⑧　８０
⑨　９５	⑩　９９０	⑪　1×10^{5}	

詳細解説は　平成 29 年度第 2 回 伝交問 4(3)

(キ)　基板故障率をλ_Bとおくと、信頼度 R は、$R = e^{-100\lambda_B} = 0.99$。ここで両辺を自然対数化して、$\lambda_B$について解けば、$\log_e R = -100\lambda_B = \log_e 0.99 = -0.01$であるので

$$\therefore\quad \lambda_B = \frac{0.01}{100} = 1\times10^{-4}$$

個々の素子の故障率をλ_Dと置けば、

$$\lambda_D = \frac{1\times10^{-4}}{10{,}000} = 1\times10^{-4-4} = 1\times10^{-8} = 10\times10^{-9} \rightarrow\ 10\ \mathrm{FIT}$$

よって、キの解答は⑤。

(ク)　基板の 500 時間使用後の信頼度R_xは $R_x = \exp(-1\times10^{-4}\times500) = \exp(-0.05) = 0.95$

基板の故障確率である不信頼度F_xは、$F_x = 1 - 0.95 = 0.05 \rightarrow 5[\%]$

よって、クの解答は④。

類題　平成 29 年度第 2 回 伝交問 4(3)

平成 25 年度第 1 回 伝交問 4(3)

平成 22 年度第 2 回 伝交問 4(2)（省略）

平成 26 年度第 1 回 伝交問 4(3)

（３） 次の文章は、ある装置の信頼性について述べたものである。 $\boxed{\quad\quad}$ 内の(キ)、(ク)に最も適したものを、下記のそれぞれの解答群から選び、その番号を記せ。ただし、装置は偶発故障期間にあり、$e^{-0.10}$＝０．９０、$e^{-0.08}$＝０．９２、$e^{-0.04}$＝０．９６とし、ｅは自然対数の底とする。また、答えは、小数点以下を切り捨てるものとする。 （３点×２＝６点）

（ｉ） 装置Ａの総動作時間、総動作不能時間及び総保全時間の合計を３，３００[時間]、総動作不能時間を２００[時間]、総保全時間を１００[時間]、故障回数を５回とするとき、装置ＡのＭＴＢＦは、 $\boxed{\text{（キ）}}$ [時間]である。

＜(キ)の解答群＞

① ５６０　② ６００　③ ６４０　④ ６６０

（ⅱ） 装置Ｂ_1及びＢ_2のＭＴＢＦをそれぞれ２，０００[時間]及び２，５００[時間]としたとき、装置Ｂ_1及びＢ_2をそれぞれ一つ用いた並列冗長システムの２００[時間]における信頼度は、 $\boxed{\text{（ク）}}$ [%]である。

＜(ク)の解答群＞

① ８２　② ９２　③ ９６　④ ９９

(1) MTBF の定義より求める。各出題においては、保全時間が暗黙のうちに非動作時間として扱われていることに注意。

$$\text{MTBF} = \frac{\text{総動作時間}}{\text{総故障数}} = \frac{3300 - 200 - 100}{5} = 600\ [\text{時間/回}]$$

よって、②の600が正解となる。

(2) 単純な並列冗長系の計算となる。基本式 $R = \exp(-\lambda t)$ より、B_1, B_2 のそれぞれのアイテムの信頼度 R_1, R_2並びに、それぞれの不信頼度F_1, F_2を求める。

$$\mathrm{R_1} = \exp\left(-\frac{200}{2000}\right) = \exp(-0.10) = 0.90\ , \quad \mathrm{R_2} = \exp\left(-\frac{200}{2500}\right) = \exp(-0.08) = 0.92$$

不信頼度はそれぞれ、$F_1 = 1 - R_1 = 0.10$ 、$F_2 = 1 - R_2 = 0.08$となるので、総合の不信頼度 F は、$\mathrm{F_{12}} = \mathrm{F_1} \times \mathrm{F_2} = 0.008$ 。よって、総合の信頼度 $\mathrm{R_{12}}$ は

$$R_{12} = 1 - F_{12} = 0.992 \rightarrow 99.2[\%] \simeq 99[\%]$$

よって、クの解答は④となる。

類題　平成 28 年度第 2 回 伝交問 4(3)

平成 25 年度第 2 回 伝交問 4(3)

（３）　次の文章は、ある装置の信頼性について述べたものである。$\boxed{\quad\quad}$ 内の（キ）、（ク）に最も適したものを、下記のそれぞれの解答群から選び、その番号を記せ。ただし、装置は偶発故障期間にあるものとする。（３点×２＝６点）

（ｉ）　装置Ａの故障率が０．２［％／時間］であるとき、固有アベイラビリティが９８［％］であるためには、ＭＴＴＲは、$\boxed{（キ）}$ ［時間］でなければならない。ただし、答えは四捨五入により小数第２位までとする。

〈（キ）の解答群〉

① ０．１０　② １０．２０　③ １９．６０
④ ４９０．００　⑤ ５１０．２０

（ii）　装置Ａの故障率が０．２［％／時間］、装置Ｂ及びＣのＭＴＢＦがそれぞれ８００［時間］及び４００［時間］であるとき、装置Ａ、Ｂ及びＣがそれぞれ１台ずつ直列に接続されたシステムのＭＴＢＦは $\boxed{（ク）}$ ［時間］である。ただし、答えは四捨五入により整数値とする。

〈（ク）の解答群〉

① ５　② ４２　③ １７４　④ ５６７　⑤ ６００

---

(1)　固有アベイラビリティ A の定義から所要の MTTR を計算するためには、最初に MTBF を求めなくてはならない。そこで故障率 λ から MTBF を計算すれば、

$$\mathrm{MTBF} = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{0.002} = 500\ [\text{時間}]$$

$$A = \frac{\mathrm{MTBF}}{\mathrm{MTBF} + \mathrm{MTTR}} \quad \rightarrow \quad \mathrm{MTTR} = \mathrm{MTBF}\left(\frac{1}{A} - 1\right) = 500 \times \left(\frac{1}{0.98} - 1\right) \simeq 10.20$$

ゆえに、解答は②となる。なお、1/0.98 は、ほぼ 1 に近いので近似計算として 1/(1-0.02)≒1.02 を使うと速く計算が終わる。もし 500×0.02=10 とおいても、選択肢から選ぶには十分な結果が得られる。

類題　平成 24 年度第 1 回 伝交問 4(3)(1)
平成 22 年度第 1 回 伝交問 4(3)(1)

(2)　装置 A の MTBF は前問で 500 時間と計算されているため、単純に ABC の直列系を考えればよい。このとき、総合の故障率は各装置の故障率 λ の足し合わせであり、MTBF の逆数となる。

$$\lambda_x = \lambda_A + \lambda_B + \lambda_C = \frac{1}{500} + \frac{1}{800} + \frac{1}{400} = \frac{8 + 5 + 10}{4000} = \frac{23}{4000}$$

$$\mathrm{MTBF} = \frac{1}{\lambda_x} = \frac{4000}{23} = 173.9 \simeq 174[\text{時間}]$$

よって、クの解答は③である。

平成 25 年度第 1 回 伝交問 4(3) [簡易版]

（３）　次の文章は、１０，０００個のメモリ素子を組み込んだ基板の信頼性について述べたものである。 [　　　] 内の（キ）、（ク）に最も適したものを、下記の解答群から選び、その番号を記せ。ただし、基板は偶発故障期間にあり、メモリ素子個々の故障率は同一値とし、log_e０．９９＝−０．０１、$e^{-0.1}$＝０．９とする。　（３点×２＝６点）

基板の使用開始後５０時間における信頼度が０．９９であるとき、メモリ素子１個当たりの故障率は、[（キ）] ［ＦＩＴ］である。また、この基板の使用開始後５００時間以内に故障する確率は、[（ク）] ［%］である。

＜（キ）、（ク）の解答群＞

①　2×10^{-8}	②　1.98×10^{-6}	③　2×10^{-4}	④　５
⑤　１０	⑥　２０	⑦　５０	⑧　８０
⑨　９０	⑩　1.98×10^{3}	⑪　2×10^{5}	

詳細解説は類題を参照

類題　平成 29 年度第 2 回 伝交問 4(3)

(キ)　基板故障率λ_Bは、

$$\lambda_B = -\frac{1}{50} \times \log 0.99 = -0.02 \times -0.01 = 2 \times 10^{-4}$$

各メモリ素子の信頼度λ_Dは、$\lambda_B = n\,\lambda_D$　。よって、

$$\lambda_D = \frac{2 \times 10^{-4}}{1 \times 10^4} = 2 \times 10^{-8} = 20 \times 10^{-9} \rightarrow 20[\mathrm{FIT}]$$

よって、キの解答は⑥。

(ク)　基板の 500 時間使用後の信頼度R_xは、

$$R_x = \exp(-2 \times 10^{-4} \times 500) = \exp(-0.1) = 0.9$$

不信頼度F_x[%]は、

$$F_x = 1 - 0.9 = 0.1 \rightarrow 10[\%]$$

よって、クの解答は⑤。

平成 24 年度第 2 回 伝交問 4(3)

（３）　次の文章は、ある非修理系システムの故障率などについて述べたものである。このシステムが故障するまでの運用時間の分布が表に示すとおりのとき、$\boxed{\quad}$ 内の(キ)、(ク)に最も適したものを、下記のそれぞれの解答群から選び、その番号を記せ。ただし、システムは偶発故障期間にあり、log_e０．９＝－０．１０５とし、ｅは自然対数の底とする。　　（３点×２＝６点）

（運用時間の単位：時間）

故障番号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	１０	１１	１２	１３	１４
運用時間	３４	１１	２０	３３	１８	３１	１０	１６	１７	２４	１９	4	6	３７

（ｉ）　このシステムの故障率は $\boxed{（キ）}$ である。

〈(キ)の解答群〉
① ０．０１　② ０．０５　③ ０．５　④ １４　⑤ ２０

（ⅱ）　このシステムの稼働開始後は $\boxed{（ク）}$ 時間の信頼度は、０．９である。

〈(ク)の解答群〉
① ２．１　② ３．６　③ ４　④ ６　⑤ １８

(1)　故障率の定義から求める。総動作時間は地道に計算する必要があり、

$$34 + 11 + 20 + \cdots + 6 + 37 = 280[\text{時間}]$$

故障件数は表中にあるので、14 件。よって、

$$\lambda = \frac{\text{総故障件数}}{\text{総動作時間}} = \frac{14}{280} = 0.05\ [\text{件/時間}]$$

となり、キは②が正解となる。

(2)　信頼度計算の基本式、$R = \exp(-\lambda t)$を t について解き、R に 0.9、λ に 0.05 を代入すれば

$$t = -\frac{1}{\lambda} \times \log_e(R) = -20 \times \log_e 0.9 = -20 \times -0.105 = 2.10$$

よって、求めるべき経過時間は、クは①の 2.1 時間となる。

類題　平成 30 年度第 2 回 伝交問 4(3)

平成 24 年度第 1 回 伝交問 4(3)

（３）　次の文章は、あるシステムの信頼性について述べたものである。 [　　] 内の(キ)、(ク)に最も適したものを、下記のそれぞれの解答群から選び、その番号を記せ。ただし、それぞれの装置は、偶発故障期間にあるものとする。（３点×２＝６点）

（ｉ）　装置Ａの故障率が０．４［％／時間］であるとき、固有アベイラビリティが９８．０［％］であるためにはＭＴＴＲは、 (キ) ［時間］でなければならない。ただし、答えは、四捨五入により小数第２位までとする。

〈(キ)の解答群〉
①　０．５０　　②　３．９２　　③　５．００　　④　５．１０　　⑤　１０．２０

（ii）　信頼度７０［％］である装置Ｂを複数台並列に接続し、信頼度を９９．９［％］以上とするためには、装置Ｂを少なくとも、 (ク) 台構成とする必要がある。ただし、必要に応じ log_{10}０．３＝－０．５２３、log_{10}０．７＝－０．１５５の値を用いること。

〈(ク)の解答群〉
①　４　　②　５　　③　６　　④　７　　⑤　８

(1)　方針として、MTBF を最初に求め、固有アベイラビリティ A の定義から MTTR を算出するとすんなり計算がしやすい。ここで、1÷0.98 を近似計算で約 1.02 と置いてしまうと解答候補が絞れないので、小数第 4 位まで地道に割り算をしなくてはならない。（1÷0.98≒1.0204 まで計算を要する。）

$$\mathrm{MTBF} = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{0.004} = 250[\mathrm{h}]$$

$$A = \frac{\mathrm{MTBF}}{\mathrm{MTBF} + \mathrm{MTTR}} \quad \rightarrow \quad \mathrm{MTTR} = \mathrm{MTBF}\left(\frac{1}{A} - 1\right) = 250 \times \left(\frac{1}{0.98} - 1\right) \simeq 5.10$$

（ii）　この場合は不信頼度から求めるとやりやすい。F=1-0.7=0.3 とおいて、n 個のアイテムによる 1/n 冗長系の不信頼度 F_{all} が、$F_{all} = F^n$ となることを利用すると簡単である。

題意より、F_{all}=1-0.999=0.001 なので、$0.3^n \le 0.001$ を満たす最小の n を求めればよい。この場合は両辺を常用対数化するとよい。

$$0.3^n \le 0.001$$

$$\log_{10} 0.3^n \le \log_{10} 0.001$$

$$n \times (-0.523) \le -3$$

$$n \ge \frac{3}{0.523} = 5.736$$

n は整数値であるので、n=6 台が R=0.999 以上を満たす最小の冗長台数とわかる。

類題　平成 22 年度第 1 回 伝交問 4(3)

平成 23 年度第 2 回 伝交問 4(3)

（３）　次の文章は、ある装置の信頼性について述べたものである。$\boxed{\quad}$ 内の(キ)、(ク)に最も適したものを、下記のそれぞれの解答群から選び、その番号を記せ。ただし、装置は偶発故障期間にあるものとする。また、指数関数の値は、$e^{0.25}=1.28$、$e^{-0.025}=0.975$、$e^{-0.25}=0.779$、$e^{-0.001}=0.999$とし、ｅは自然対数の底とする。（３点×２＝６点）

（ｉ）　装置Ａを１，２００時間使用したところ３回の故障が発生した。装置Ａの１００時間使用時点における信頼度は、$\boxed{（キ）}$ ［%］である。

＜(キ)の解答群＞
① ２２．１　② ２８．０　③ ７５．０　④ ７７．９　⑤ ９７．５

（ii）　装置Ｂの稼動開始後４００時間経過時点の信頼度を９９．９［%］以上に維持するためには、装置Ｂの平均故障率を $\boxed{（ク）}$ ［%／時間］以下にしなければならない。

＜(ク)の解答群＞
① 2.5×10^{-6}　② 2.5×10^{-5}　③ 2.5×10^{-4}
④ 2.5×10^{-3}　⑤ 1.0×10^{-1}

（ｉ）　装置 A の故障率は、3÷1200=1/400 と、すぐに計算ができるので、あとは信頼度の基本式に代入するだけでよい。

$$R=\exp(-\lambda t)=\exp\left(-\frac{100}{400}\right)=\exp(-0.25)=0.779\rightarrow 77.9[\%]$$

（ii）　装置 B は基本式をλについて変形し、単純に解けばよい。ただし、求める結果が%表示であることに注意が必要。

$$\lambda=-\frac{1}{t}\times\ln(R)=-\frac{\ln(0.999)}{400}$$

$$=-\frac{\ln(e^{-0.001})}{400}$$

$$=\frac{0.001}{400}=\frac{1\times10^{-3}}{4\times10^{2}}=2.5\times10^{-6}$$

これを 100 倍して%単位になおせば、$\lambda=2.5\times10^{-4}$[%時間]の結果が得られ、クの選択肢は③となる。

類題　平成 27 年度第 2 回 伝交問 4(3)
平成 22 年度第 1 回 伝交問 4(2)。

平成 23 年度第 1 回 伝交問 4(3)

（３）　次の文章は、システムの信頼性について述べたものである。$\boxed{}$ 内の(オ)～(ク)に最も適したものを、下記のそれぞれの解答群から選び、その番号を記せ。ただし、システムは偶発故障期間にあるものとする。なお、必要に応じ下記の数値を用いることとし、答えは四捨五入し有効数字３桁とする。また、ｅは自然対数の底とし、ｔは時間を示す。　　（３点×４＝１２点）

$e^{-0.001} \fallingdotseq 0.999$	$e^{-0.025} \fallingdotseq 0.975$	$e^{-0.04} \fallingdotseq 0.961$
$e^{-0.05} \fallingdotseq 0.951$	$e^{-0.1} \fallingdotseq 0.905$	$e^{-0.9} \fallingdotseq 0.407$
$e^{-0.95} \fallingdotseq 0.387$	$e^{-0.96} \fallingdotseq 0.383$	$e^{-0.975} \fallingdotseq 0.377$
$e^{-1.001} \fallingdotseq 0.368$	$e^{-1.025} \fallingdotseq 0.359$	$e^{-1.04} \fallingdotseq 0.353$
$e^{-1.05} \fallingdotseq 0.350$	$e^{-1.1} \fallingdotseq 0.333$	
$\log_{10}0.3 \fallingdotseq -0.523$	$\log_{10}0.3 \fallingdotseq -0.523$	$\log_{10}0.999 \fallingdotseq -0.000435$
$\log_{10}1.7 \fallingdotseq -0.230$	$\log_{10}1.7 \fallingdotseq -0.230$	

（ｉ）　システムの信頼度をＲとすると、ＲとＭＴＢＦとの関係は、Ｒ＝ $\boxed{（オ）}$ である。

〈(オ)の解答群〉

① $e^{\left(\frac{t}{MTBF}-1\right)}$　② $e^{-\left(\frac{t}{MTBF}\right)^2}$　③ $1-e^{-\left(\frac{t}{MTBF}+1\right)}$

④ $e^{-\frac{t}{MTBF}}$　⑤ $1-e^{\left(\frac{t}{MTBF-1}\right)}$　⑥ $1-\left(\frac{1}{t}\right)e^{-\frac{t}{MTBF}}$

(1)　公式に当てはめるだけの問題。信頼性公式 $R = \exp(-\lambda t)$ に、$\lambda = 1/\mathrm{MTBF}$ の故障率と MTBF の関係式を代入するだけでよい。

$$R = e^{-\lambda t} = e^{-\frac{t}{MTBF}}$$

よって、解答は④。

（ⅱ）　図１に示すシステム（ $\frac{1}{2}$ 冗長システムが２段直列に接続されたシステム）の１００［時間］後におけるシステム全体の信頼度は、 $\boxed{（カ）}$ となる。ただし、装置Ａ～装置ＤのＭＴＢＦは、下記の条件とする。

（条件）　装置ＡのＭＴＢＦ＝１，０００〔時間〕
装置ＢのＭＴＢＦ＝２，５００〔時間〕
装置ＣのＭＴＢＦ＝１，０００〔時間〕
装置ＤのＭＴＢＦ＝４，０００〔時間〕

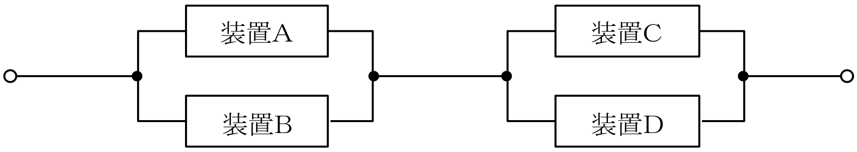


図１

〈（カ）の解答群〉
① ０.０１５３　② ０.４００　③ ０.７７７
④ ０.９９４　⑤ ０.９９９

(2)　基本公式を元に数値計算をひたすら進める問題。最終的に求めたいのは信頼度なので、基本公式$R = \exp(-\lambda t)$を利用できるように、各装置ごとの故障率λなどを整理・計算することになる。

各装置の故障率λは前問の$\lambda = 1/\mathrm{MTBF}$の式を流用して計算する。それらに t=100 時間を掛けた値(λt)、並びに設問中の指数関数値に当てはめた数値を整理すれば、以下の信頼度表が作成できる。

	装置 A	装置 B	装置 C	装置 D
MTBF	1,000	2,500	1,000	4,000
λ	1×10^{-3}	4×10^{-4}	1×10^{-3}	2.5×10^{-4}
λt	0.1	0.04	0.1	0.025
信頼度	$e^{-0.1}\fallingdotseq$ 0.905	$e^{-0.04}\fallingdotseq$ 0.961	$e^{-0.1}\fallingdotseq$ 0.905	$e^{-0.025}\fallingdotseq$ 0.975

あとは、通常の信頼度計算を進めていけばよい。

装置 A/B 並列系の故障率は、$R_{AB} = 1-(1-0.905)\times(1-0.961) = 0.99626$

装置 C/D 並列系の故障率は、$R_{CD} = 1-(1-0.905)\times(1-0.975) = 0.997625$

最後に、AB 系および CD 系の直列系信頼度 R_{all}を求めれば、$R_{all} = R_{AB}\times R_{CD}$から

$$R_{all} = 0.9963\times0.9976 = 0.9939 \approx 0.994$$

よって、カの解答は④の 0.994。

（iii） 図２に示すように、信頼度０．７である装置Ｅが、E_1からEₙまで並列に接続されている $\frac{1}{n}$ 冗長システムにおいて、システム全体の信頼度を０．９９９以上にするためには、装置Ｅの台数であるｎを少なくとも $\boxed{（キ）}$ 以上とする必要がある。

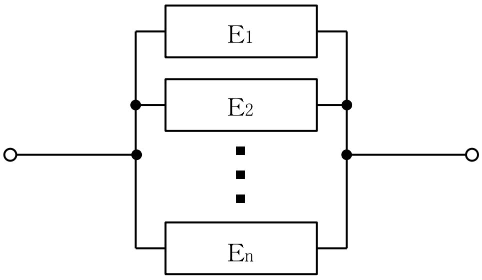


図２

＜(キ)の解答群＞

① ６　② ８　③ ２０　④ ３６　⑤ ３００

(3)　直接計算すると面倒なため、1/n 並列冗長系の信頼度 R は、不信頼度 F の積であることを利用する。すなわち、全ての数値を不信頼度 F に換算して計算する。関係式は $F = 1 - R$である。

全ての信頼度 R は等しく 0.7 であるため、各装置の不信頼度 F_xは、$F_x = 1 - R = 0.3$と簡単に求まる。ここで、並列冗長系の総合不信頼度 F_tは、$F_t = F_1 \times F_2 \times F_3 \cdots \times F_n$ と表せるので、

$$F_t = F_x^n$$

この F_tは、設問の信頼度 0.999 以上の要求を満たすために、$F_t = 1 - 0.999 = 0.001$ よりも小さい値でなければならない。すなわち、

$$F_t = F_x^n \leq 0.001$$

が設問を満たす条件となる。ここで、両辺を常用対数化する。対数は単調増加関数のため大小関係がそのまま維持されて計算が容易となる。

$$\log_{10} F_x^n \leq \log_{10} 0.001$$

$$\mathrm{n} \times \log_{10} F_x \leq \log_{10}\ 10^{-3}$$

$$\mathrm{n} \times \log_{10} 0.3 \leq\ -3$$

の関係式が導ける。このとき対数の数値は$\log_{10} 0.3 \simeq -0.523$ と設問文中に用意されているため、

$$\mathrm{n} \times (-0.523) \leq\ -3$$

$$\mathrm{n} \geq \frac{-3}{-0.523} = 5.73 \cdots$$

当然ながら、n は台数であって整数値になるので、n=6 台が信頼度 0.999 を満たすのに必要な最小設置台数となるのが分かる。よって、キの解答は①。

（iv）　あるシステムのアベイラビリティ及びＭＴＴＲについて、ある運用期間内において調査したところ、アベイラビリティが 99.6〔%〕、ＭＴＴＲが 2〔時間〕であった。このシステムの調査期間内の故障率は、 (ク) 〔件／時間〕である。

〈（ク）の解答群〉

① 2.01×10^{-3}　② 4.00×10^{-3}　③ 3.34×10^{-1}

④ 4.96×10^{-1}　⑤ 5.02×10^{-1}　⑥ 6.66×10^{-1}

(4)　固有アベイラビリティ A の定義式を知っていれば、近似計算で解答を選択できる問題。

$$A=\frac{\mathrm{MTBF}}{\mathrm{MTBF}+\mathrm{MTTR}}\quad\rightarrow\quad \mathrm{MTBF}=\frac{\mathrm{MTTR}\times A}{1-A}$$

と、定義式を最初に MTBF について変形しておく。次に故障率 λ は MTBF の逆数であるので、

$$\lambda=\frac{1}{\mathrm{MTBF}}=\frac{1-A}{\mathrm{MTTR}\times A}$$

最後に値を代入すると、

$$\lambda=\frac{1-0.996}{2\times0.996}=0.5\times\frac{0.004}{0.996}=\frac{0.002}{0.996}\approx0.002=2\times10^{-3}$$

よって、最も近い選択肢は①の 2.01×10^{-3} となる。

(参考) もう少し計算精度を上げる場合のテクニック。分母が 1 に極めて近いため、下記のような近似計算ができる。ただし、本設問においては上記計算だけでも解答を絞り込めるので不要。

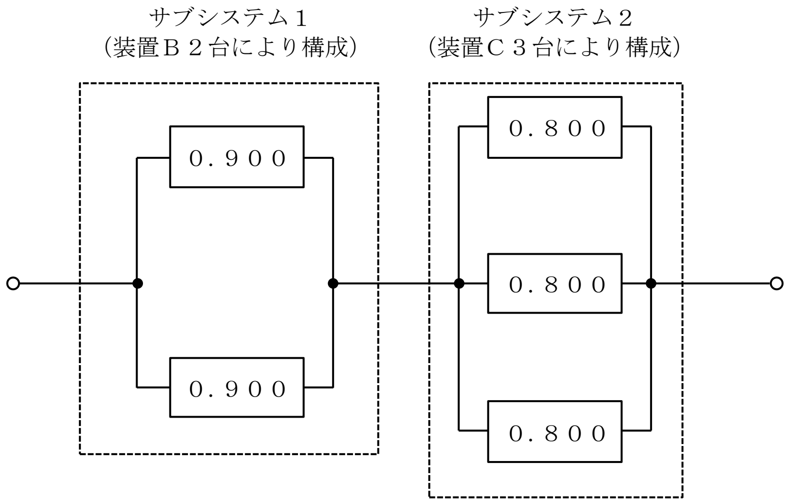
$$\frac{0.002}{0.996}=\frac{0.002}{1-0.004}\approx0.002(1+0.004)=2.008\times10^{-3}\approx2.01\times10^{-3}$$

平成 22 年度第 2 回 伝交問 4(2) [省略]

問題・解説　平成 29 年度第 2 回 伝交問 4(3) を参照。

平成 22 年度第 2 回 伝交問 4(3)

（３）　次の文章は、あるシステムの信頼度について述べたものである。 $\boxed{\quad\quad}$ 内の(キ)、(ク)に最も適したものを、下記の解答群から選び、その番号を記せ。ただし、下図は信頼度に関する概念図であり、図中の $\boxed{\quad\quad}$ 内の数字はそれぞれの構成装置の信頼度を示している。なお、答えは、四捨五入により小数第３位までとする。　（３点×２＝６点）



（ｉ）　装置Ｂ２台からなる二重化されたサブシステム１（１／２冗長構成）の信頼度は、 $\boxed{\text{（キ）}}$ である。

（ⅱ）　装置Ｂ２台からなる二重化されたサブシステム１（１／２冗長構成）と装置Ｃ３台からなるサブシステム２（２／３多数決冗長構成）を接続した全体のシステムの信頼度は、 $\boxed{\text{（ク）}}$ である。

＜(キ)、(ク) の解答群＞

① ０．８１０	② ０．８７９	③ ０．８８７	④ ０．９１０
⑤ ０．９５０	⑥ ０．９７２	⑦ ０．９８２	⑧ ０．９９０

(1)　非常にシンプルな問題であり、装置 B の不信頼度 F_B(この場合は 1-0.9=0.1)の積が、サブシステム 1 の総合不信頼度 F_{S1} であることを利用する。

$$F_{S1} = 0.1 \times 0.1 = 0.01$$

$$R_{S1} = 1 - F_{S1} = 0.99$$

と単純計算すればよい。よって、キの解答は⑧となる。

(次ページへ続く)

(2)　サブシステム2の信頼度 R_{S2} と R_{S1} の積を求めればよいので、最初に R_{S2} を計算する必要がある。ここで、R_{S2} は 2/3 冗長系であるため、少なくとも2台の装置 C が稼動する条件を考えなくてはならない。

装置Cが稼動している確率は 0.8 であり、故障している確率は 0.2 となる。運用状態の装置を A(active)、故障状態の装置を F(fault)として表すと、

3 台とも稼動中の確率　　$R_{AAA} = 0.8^3 = 0.512$

1 台のみが故障中のパターンでは、2 台が動作している確率×1台が故障している確率となるため、1 台目が故障中の確率は$R_{FAA} = 0.2 \times 0.8 \times 0.8 = 0.128$となる。ただし、装置Cは 3 台あるため、故障パターンは R_{FAA}、R_{AFA}、R_{AAF} の3通り存在することから、1 台のみ故障する確率 R_{F1} は、$R_{F1} = 3 \times 0.128 = 0.384$ となる。

それらの確率の合計値が、サブシステム2の信頼度となるので、

$$R_{S2} = R_{AAA} + 3 \times R_{F1} = 0.896$$

最後に、各サブシステムの信頼度の積をとり、全システムの信頼度 R_{S12} を計算すると。

$$R_{S12} = R_{S1} \cdot R_{S2} = 0.99 \times 0.896 = 0.88704 \approx 0.887$$

であるから、クの解答は③となる。

パターン	システム状態	装置状態			確率	サブシステム2の動作確率
		装置C1	装置C2	装置C3		
1	正常	A	A	A	0.512	計 0.896
2	準正常	F	A	A	0.128	
3	準正常	A	F	A	0.128	
4	準正常	A	A	F	0.128	
5	異常	F	F	A	0.032	
6	異常	F	A	F	0.032	
7	異常	A	F	F	0.032	
8	異常	F	F	F	0.008	

(サブシステム2の信頼度計算別解)

m/n 多数決冗長系においては、各装置の信頼度を R_0 と置き、全て等しいすると、

$$R_{m/n} = \sum_{r=m}^{n} \binom{n}{r} R_0{}^{r} (1 - R_0)^{n-r}$$

となる。なお、$\binom{n}{r}$の記号は組合せ記号であり、${}_nC_r$ とも表記される。ここで 2/3 多数決冗長系であるとき、m=2,n=3 であるので、

$$R_{2/3} = \binom{3}{3} R_0{}^{3} + \binom{3}{2} R_0{}^{2}(1 - R_0)$$
$$= R_0{}^{3} + 3R_0{}^{2}(1 - R_0)$$
$$= 3R_0{}^{2} - 2R_0{}^{3}$$
$$= 3 \times 0.64 - 2 \times 0.512$$
$$= 0.896$$

平成 22 年度第 1 回 伝交問 4(2)

（２） 次の文章は、ある装置の信頼性について述べたものである。 [　　] 内の(オ)、(カ)に最も適したものを、 下記のそれぞれの解答群から選び、その番号を記せ 。 ただし、装置は偶発故障期間にあるものとする。また、指数関数の値は、 $e^{-0.8}$＝０．４４９、$e^{-0.01}$＝０．９９０、$e^{-0.0008}$＝０．９９９、$e^{0.8}$＝２．２３とし、ｅは自然対数の底とする。 （３点×２＝６点）

（ｉ） 装置Ａを２，５００時間使用したところ２回の故障が発生した。装置Ａの１，０００時間使用時点における信頼度は、 [（オ）] である。

＜(オ)の解答群＞

① ０．０２２	② ０．４４９	③ ０．５５１
④ ０．８	⑤ ０．９９０	⑥ ０．９９９

（ⅱ） 装置Ｂの稼動開始後５００時間経過時点の信頼度を０．９９以上に維持するためには、装置Ｂの平均故障率を [（カ）] ［%／時間］以下にしなければならない。

＜(カ)の解答群＞

① $２×１０^{-5}$	② $２×１０^{-4}$	③$２×１０^{-3}$
④ $２×１０^{-1}$	⑤ １	⑥ ５

---

(1) 定義より故障率λを求め、信頼度基本公式 $R = \exp(-\lambda t)$に当てはめて計算すればよい。

まず故障率λは故障回数を運用時間で割ったものなので、$\lambda =$ **2 回/2500 時間**となるが、慌てて数値計算しない方がよい。そのまま信頼度公式に当てはめると簡単に計算できる。

$$R = \exp(-\lambda t) = \exp\left(-\frac{2 \times 1000}{2500}\right) = \exp\left(-\frac{4}{5}\right) = \exp(-0.8)$$

ここで、exp(-0.8)は設問文中に数値が与えられているので、解答は②の 0.449 となる。

(2) 装置Bについて、所要の信頼度Rから平均故障率λを逆算する問題である。信頼度基本式$R = \exp(-\lambda t)$から、$\lambda = -(1/t)\ \log(R)$ と式変形したいのだが、実は与えられた数値では計算ができない（log 0.99 が与えられていない）。そのため、脊髄反射的に両辺を対数化してはいけない。

まず、基本式を立てると、

$$R_B = \exp(-\lambda_B \times 500) = 0.99 = \exp(-0.01)$$

$$\exp(-\lambda_B \times 500) = \exp(-0.01)$$

と、指数関数の引数同士が等しくなることを利用できるので、あとは $-\lambda_B \times 500 = -0.01$を解けばよい。

$$\lambda_B = \frac{-0.01}{-500} = \frac{2 \times 0.01}{1000} = 2 \times 10^{-2-3} = 2 \times 10^{-5} \to 2 \times 10^{-3}[\%/H]$$

最後の[%/時間]の単位に直すのを忘れないよう注意が要る。解答は③の 2×10⁻³となる。

平成 22 年度第 1 回 伝交問 4(3) [一部簡易版]

（３）　次の文章は、ある装置又はシステムの信頼性について述べたものである。$\boxed{}$ 内の(キ)、(ク)に最も適したものを、下記のそれぞれの解答群から選び、その番号を記せ。ただし、それぞれの装置は、偶発故障期間にあるものとする。（３点×２＝６点）

（ｉ）　装置Ｃの故障率が０．２[％／時間]であるとき、固有アベイラビリティが０．９８であるためにはＭＴＴＲは、$\boxed{（キ）}$ [時間]でなければならない。ただし、答えは、四捨五入により小数第２位までとする。

〈(キ)の解答群〉

①　１．００　　②　１．９６　　③　４．０８　　④　９．８０　　⑤　１０．２０

（ⅱ）　信頼度が０．７である装置Ｄが複数台並列に接続された並列冗長システムにおいて、システム全体の信頼度を０．９９以上とするためには、装置Ｄを最低 $\boxed{（ク）}$ 台構成とする必要がある。ただし、必要に応じて、log_{10}０．３＝－０．５２３、log_{10}０．７＝－０．１５５の数値を用いること。

〈(ク)の解答群〉

①　４　　②　５　　③　６　　④　７　　⑤　８

(1)　詳細解説は類題を参照

類題　平成 25 年度第 2 回 伝交問 4(3)(1)

$$MTBF = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{0.2 \times 100} = 500\ [時間]$$

$$A = \frac{MTBF}{MTBF + MTTR} \quad \rightarrow \quad MTTR = MTBF\left(\frac{1}{A} - 1\right) = 500 \times \left(\frac{1}{0.98} - 1\right) \simeq 10.20$$

よって、キの解答は⑤。

(2)　この場合は不信頼度から求めるとやりやすい。F=1-0.7=0.3 とおいて、n個のアイテムによる並列冗長系の不信頼度 F_{all} が、$F_{all} = F^n$となることを利用すると簡単である。

題意より、F_{all}=1-0.99=0.01 なので、$0.3^n \leq 0.01$を満たす最小の n を求めればよい。この場合は両辺を常用対数化するとよい。

$$\log_{10} 0.3^n \leq \log_{10} 0.01 = -2$$

$$n \times (-0.523) \leq -2$$

$$n \geq \frac{-2}{-0.523} = 3.824$$

n は整数値であるので、n=4 台が R=0.99 を満たす最小の冗長台数とわかる。クの解答は①

平成 21 年度第 2 回 伝交問 4(2)

（２）　次の文章は、あるサービスエリアにおける専用回線の保全度などについて述べたものである。
□内の（オ）、（カ）に最も適したものを、下記の解答群から選び、その番号を記せ。ただし、表は１か月（３０日）間に発生した２０件の故障とその修理に要した時間を示したものであり、専用回線の故障は偶発故障期間にあるものとする。また、答えは、四捨五入により小数第２位までとする。　（３点×２＝６点）

（単位：分）

故障番号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	１０
修理時間	２６	４０	６６	４６	５５	７５	５８	４４	３８	５１

１１	１２	１３	１４	１５	１６	１７	１８	１９	２０	計
４５	５８	５２	３８	２１	４１	５０	３０	５６	７０	９６０

（ｉ）　このサービスエリアにおける専用回線の故障の発生から１時間後における保全度は、（オ）である。

（ⅱ）　このサービスエリアにおける専用回線の平均修復率は、（カ）［件／時間］である。

＜（オ）、（カ）の解答群＞
① ０．０２　② ０．０３　③ ０．１５　④ ０．６７　⑤ ０．８０
⑥ ０．８５　⑦ ０．９４　⑧ １．２５　⑨ １．５０　⑩ ３．００

(1)　保全度 M は、N 件の総保全件数で、時刻 t において保全が完了し、作動しているアイテム数を n(t)とするとき、

$$M(t)=\frac{n(t)}{N}$$

で表される関数で、本問の場合は 1 時間以内に保全（修理）が完了している数 n を数え上げればよい。

すると、20 件中 17 件が 60 分以内に保全を完了していることから、M=17/20=0.85 となって、オの解答は⑥となる。（なお、平成 21 年度第 1 回 伝交問 4(2)のように指数分布による保全度関数を使用する場合もあるため注意）

(2)　修復率 μ は、偶発故障期であれば MTTR(平均修復時間)の逆数となる関数である。

$$\mu=\frac{1}{\mathrm{MTTR}}=\frac{保全件数}{総修復時間}=\frac{20[件]}{960[分]}=\frac{20[件]}{16[時間]}=1.25\ [件/時間]$$

よって、カは⑧が正解選択肢となる。誤って「分」のまま計算しないことに注意。解答の単位に気をつけなければならない。

平成 21 年度第 2 回 伝交問 4(3) [簡易版]

（３）　次の文章は、あるシステムの信頼度について述べたものである。$\boxed{\quad\quad}$ 内の(キ)、(ク)に最も適したものを、次ページの解答群から選び、その番号を記せ。ただし、答えは、四捨五入により小数第３位までとする。（３点×２＝６点）

（ⅰ）　装置Ａ２台からなる二重化されたサブシステム１（１／２冗長構成）と装置Ｂ３台からなるサブシステム２（２／３多数決冗長構成）を接続したシステム全体の信頼度は、$\boxed{（キ）}$ である。ただし、図１は信頼度に関する概念図であり、図中の内の数字はそれぞれの構成装置の信頼度を示す。

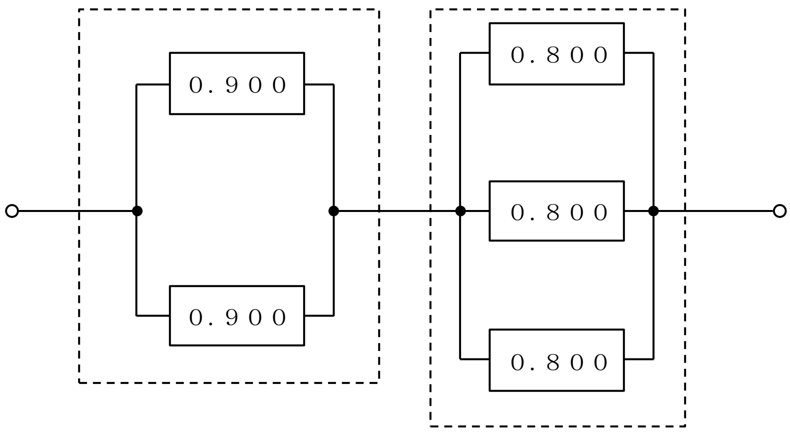


図１

〈(キ)、(ク)の解答群〉

① 0.739	② 0.771	③ 0.879	④ 0.887
⑤ 0.972	⑥ 0.979	⑦ 0.982	⑧ 0.994

詳細解説　　平成 22 年度第 2 回 伝交問 4(3)を参照。

サブシステム2の信頼度が、「全て装置が正常の確率×1パターン」と「3台中、2台が正常の確率×3パターン」の確率合計値を計算し、$0.8^3 + 3 \times (0.8^2 \times 0.2) \approx 0.896$。

サブシステム1の信頼度は、不信頼度を利用して$1 - 0.1^2 = 0.990$、もしくは「2台とも正常の確率×1パターン」と「2台中、1台が正常の確率×2パターン」の合計値$0.9^2 + 2(0.9 \times 0.1) = 0.990$ を出せばよい。

総合信頼度は$0.896 \times 0.990 \approx 0.887$
よって、キの解答は④となる。

（ⅱ） 図２に示すシステム（１／２冗長構成が２段の直列システム）を構成する装置Ｃ～装置ＦのＭＴＢＦが、下記の条件であるとき、システム全体の１００時間後の信頼度は、 $\boxed{（ク）}$ となる。ただし、このシステムは偶発故障期間にあるものとする。また、必要に応じ下表の数値を用いることとし、ｅは自然対数の底とする。

$e^{-0.001}$＝０．９９９	$e^{-0.025}$＝０．９７５	$e^{-0.04}$＝０．９６１
$e^{-0.05}$＝０．９５１	$e^{-0.1}$＝０．９０５	$e^{-0.9}$＝０．４０７
$e^{-0.95}$＝０．３８７	$e^{-0.96}$＝０．３８３	$e^{-0.975}$＝０．３７７

（条件）　装置ＣのＭＴＢＦ＝１，０００〔時間〕
装置ＤのＭＴＢＦ＝２，０００〔時間〕
装置ＥのＭＴＢＦ＝２，５００〔時間〕
装置ＦのＭＴＢＦ＝４，０００〔時間〕

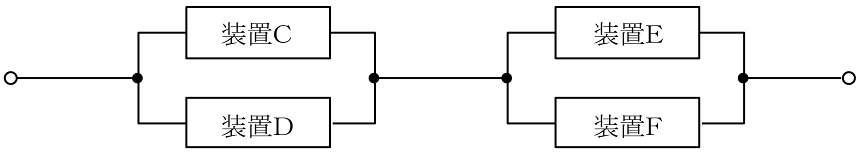


図２

<（キ）、（ク）の解答群>
①　０．７３９　②　０．７７１　③　０．８７９　④　０．８８７
⑤　０．９７２　⑥　０．９７９　⑦　０．９８２　⑧　０．９９４

詳細解説　平成 23 年度第 1 回 伝交問 4(3)

装置	装置 C	装置 D	装置 E	装置 F
MTBF	1,000	2,000	2,500	4,000
λ	1×10^{-3}	5×10^{-4}	4×10^{-4}	2.5×10^{-4}
λt	0.1	0.05	0.04	0.025
信頼度	$e^{-0.1}$＝ 0.905	$e^{-0.05}$＝ 0.951	$e^{-0.04}$＝ 0.961	$e^{-0.025}$＝ 0.975

装置 CD 系の故障率$R_{CD} = 1-(1-0.905)\times(1-0.951) = 0.995$
装置 EF 系の故障率$R_{EF} = 1-(1-0.961)\times(1-0.975) = 0.999$
AB 系および CD 系の直列系信頼度 R_{all}を求めると、$R_{all} = R_{AB}\times R_{CD}$から

$$R_{all} = R_{AB}\times R_{CD} = 0.995\times0.999 \approx 0.994$$

解答：(ク)⑧

平成 21 年度第 1 回 伝交問 4(2)

（２）　次の文章は、あるシステムの保全度などについて述べたものである。$\boxed{\quad}$ 内の(オ)、(カ)に最も適したものを、下記の解答群から選び、その番号を記せ。ただし、このシステムは偶発故障期間にあり、表はシステムの修復時間とその保全件数を示し、指数分布に従うものとする。また、指数関数の値は、　$e^{-0.25}=0.779$、　$e^{-1}=0.368$、$e^{-4}=0.018$ とし、ｅは自然対数の底とする。　（３点×２＝６点）

１件当たりの修復時間[時間]	2	4	6	8	１０	１２
保全件数[件]	8	3	4	2	2	1

（ｉ）　このシステムのＭＴＴＲは、$\boxed{（オ）}$ [時間]である。

（ⅱ）このシステムの修復に着手して２０時間経過時点における保全度は、$\boxed{（カ）}$ [%]である。

〈(オ)、(カ)の解答群〉

①　０．２　　②　２　　③　５　　④　７

⑤　２２．１　　⑥　６３．２　　⑦　７７．９　　⑧　９８．２

(1)　MTTR は、総修復時間を全保全件数で割った値であるため、

$$MTTR=\frac{(2\times 8)+(4\times 3)+(6\times 4)+(8\times 2)+(10\times 2)+(12\times 1)}{8+3+4+2+2+1}=\frac{100}{20}=5$$

よって、オの解答は③となる。

(2)　保全度 M(t)は、MTTR が既知で指数分布に従うとき、

$$\mathrm{M(t)}=1-\mathrm{e}^{-\mu t}=1-\mathrm{e}^{-\frac{t}{MTTR}}$$

で表されることを利用する。修復度 μ を MTTR から求めると単純に逆数なので、

$$\mu=\frac{1}{MTTR}=\frac{1}{5}=0.2$$

最後に、時間 t を式に代入して、

$$M(t)=1-\mathrm{e}^{-0.2\times 20}=1-\mathrm{e}^{-4}=1-0.018=0.982$$

となる。ただし、求められている結果は[%]単位であるため、解答は 98.2%。

よって、カの解答は⑧となる。

平成 21 年度第 1 回 伝交問 4(3)

（３）　次の文章は、ある装置の信頼性について述べたものである。 $\boxed{}$ 内の（キ）、（ク）に最も適したものを、下記のそれぞれの解答群から選び、その番号を記せ。ただし、装置は偶発故障期間にあるものとする。 また、指数関数の値は、 ｅ$^{１．２５}$＝３．４９、 ｅ$^{－０．００１}$＝０．９９９、ｅ$^{－１．２５}$＝０．２８７とし、ｅは自然対数の底とする。　　（３点×２＝６点）

（ｉ）　装置Ａを２，４００時間使用したところ３回の故障が発生した。装置Ａの１，０００時間使用時点における信頼度は、 $\boxed{\text{（キ）}}$ ［%］である。

＜（キ）の解答群＞

①　１．２５　　②　３．４９　　③　２８．７　　④　７１．３　　⑤　９９．９

（ii）　装置Ｂの稼動開始後２００時間経過時点の信頼度を９９．９［%］以上に維持するためには、装置Ｂの平均故障率を $\boxed{\text{（ク）}}$ ［%／時間］以下にしなければならない。

＜（ク）の解答群＞

①　５×１０$^{－６}$　　②　５×１０$^{－４}$　　③　５×１０$^{－３}$

④　１×１０$^{－１}$　　⑤　５×１０$^{－１}$

---

(1)　題意から、装置 A の故障率 λ_A(=3/2400)が直ちに求められるので、信頼度基本式 $R=\exp(-\lambda t)$ に代入すればよい。

$$R=\exp\left(-\frac{3}{2400}\times1000\right)=\exp(-1.25)=0.287\ \to 28.7[\%]$$

よって、解答は③の 28.7となる。

(2)　装置Bについて、所要の信頼度Rから平均故障率λを逆算する問題である。信頼度基本式$R=\exp(-\lambda t)$から、$\lambda=-(1/t)\ \log(R)$ と式変形したいのだが、実は与えられた数値では計算ができない（log 0.999 が与えられていない）。そのため、脊髄反射的に両辺を対数化してはいけない。

基本式を立てて計算すれば、

$$R_B=\exp(-\lambda_B\times200)=0.999=\exp(-0.001)$$

$$\exp(-\lambda_B\times200)=\exp(-0.001)$$

と、指数関数の引数同士が等しくなることを利用できる。あとは $-\lambda_B\times200=-0.001$を解けばよい。

$$\lambda_B=\frac{-0.001}{-200}=\frac{5\times0.001}{1000}=5\times10^{-6}\to5\times10^{-4}[\%/H]$$

最後の[%/時間]の単位に直すのを忘れないよう注意が要る。解答は②の 2×10^{-4}となる。

平成 20 年度第 2 回 伝交問 4(2)

（２）　次の文章は、ある部品の信頼性について述べたものである。 [　　　] 内の（オ）、（カ）に最も適したものを、下記の解答群から選び、その番号を記せ。ただし、すべての部品は偶発故障期間にあるものとする。また、指数関数の値は、ｅを自然対数の底とすると、$\mathrm{e}^{-0.10}$＝０．９０、$\mathrm{e}^{-0.08}$＝０．９２、$\mathrm{e}^{-0.04}$＝０．９６とし、答えは、小数点以下を切り捨てるものとする。

（３点×２＝６点）

（ｉ）　部品Ａの総動作時間を４，０００[時間]、動作不能時間を２００[時間]、保全時間を１００[時間]、故障件数を５回とするとき部品ＡのＭＴＢＦは、 [（オ）] [時間]である。

（ii）　部品Ｂ及びＣのＭＴＢＦをそれぞれ２，０００[時間]及び２，５００[時間]としたとき、部品Ｂ及びＣをそれぞれ一つ用いた並列冗長システムの２００[時間]における信頼度は、 [（カ）] [％]である。

<（オ）、（カ）の解答群>

① ９２	② ９５	③ ９８	④ ９９
⑤ ７６０	⑥ ８００	⑦ ８４０	⑧ ８６０

(1)　MTBF の定義より求める。動作不能時間や保全時間は関係が無い。

$$MTBF = \frac{総動作時間}{総故障数} = \frac{4000}{5} = 800\ [時間/回]$$

よって、⑥の800が正解となる。

(2)　MTBF の基本問題である。部品 B の故障率 λ_B は$\lambda_B = 1/2000 = 5 \times 10^{-4}$ 、同様に部品 C の故障率 λ_C は、$\lambda_C = 1/2500 = 4 \times 10^{-4}$ と予備計算をしておく。

次に、200 時間における各部品の信頼度を求めると、

$$R_B = \exp(-5 \times 10^{-4} \times 2 \times 10^2) = \exp(-0.1) = 0.90$$

$$R_C = \exp(-4 \times 10^{-4} \times 2 \times 10^2) = \exp(-0.08) = 0.92$$

あとは、R_B と R_C の冗長信頼度を求めればよいので、

$$\begin{aligned} R_{BC} &= 1 - (1 - 0.90) \times (1 - 0.92) \\ &= 1 - 0.1 \times 0.08 \\ &= 1 - 0.008 \\ &= 0.992 \quad \rightarrow 99.2\% \end{aligned}$$

設問では、小数点以下を切り捨てるとされているので、解答は④の 99 となる。

平成 20 年度第 2 回 伝交問 4(3) [省略]

同一問題　　平成 22 年度第 1 回 伝交問 4(3)

平成 20 年度第 1 回 伝交問 4(2)

（２）　次の文章は、修理系の装置Ａの信頼性などについて述べたものである。$\boxed{}$ 内の（オ）、（カ）に最も適したものを、下記の解答群から選び、その番号を記せ。　　（３点×２＝６点）

装置Ａの稼働実績データを分析したところ、平均故障率が２．５×１０$^{-4}$［件／時間］の結果が得られた。この装置Ａについて次の問いに答えよ。ただし、この装置Ａは偶発故障期間にあるものとする。また、指数関数の値は、ｅ$^{0.1}$＝１．１１、ｅ$^{0.5}$＝１．６５とし、ｅは、自然対数の底とする。なお、答えは、有効数字は２けたとする。

（ｉ）　装置ＡのＭＴＢＦは、$\boxed{（オ）}$ ［時間］である。

（ii）　装置Ａの動作開始後２，０００時間における信頼度は、$\boxed{（カ）}$ である。

＜（オ）、（カ）の解答群＞

①　４．２×１０$^{-6}$	②　１．５×１０$^{-2}$	③　０．３９
④　０．５０	⑤　０．６１	⑥　１．６１
⑦　４．０×１０^{3}	⑧　２．４×１０^{5}	

---

(1)　装置の MTBF は、既に平均故障率λが与えられているので、単純に逆数を計算すればよい。

$$\mathrm{MTBF} = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{2.5 \times 10^{-4}} = \frac{4}{10 \times 10^{-4}} = 4 \times 10^{3}\ [\text{時間}]$$

よって、解答は⑦となる。

(2)　装置Ａの 2,000 時間後の信頼度は、単純に基本公式に当てはめればよい。

$$\begin{aligned} R &= \exp(-\lambda t) = \exp(-2.5 \times 10^{-4} \times 2 \times 10^{3}) \\ &= \exp(-5 \times 10^{-1}) \\ &= \exp(-0.5) \end{aligned}$$

ただし、このままでは設問中に与えられた数値では解けないので、指数を少し変形して対応する。

$$e^{-0.5} = \frac{1}{e^{0.5}} = \frac{1}{1.65} = 0.6060 \cdots \approx 0.61$$

よって、解答は⑤となる。

平成 20 年度第 1 回 伝交問 4(3) [省略]

同一問題　　平成 22 年度第 2 回 伝交問 4(3)

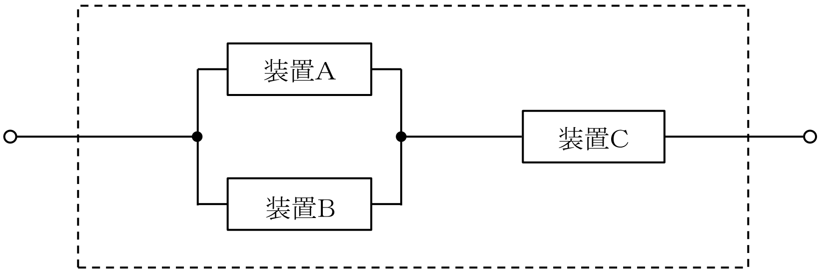
平成 19 年度第 2 回 伝交問 4(2)

（２）　次の文章は、あるシステムの信頼性について述べたものである。［　　］内の(オ)に最も適したものを、下記の解答群から選び、その番号を記せ。ただし、このシステムは偶発故障期間にあるものとする。なお、必要に応じ下表の数値を用いることとし、ｅは自然対数の底とする。また、答えは有効数字３けたとする。（３点）

$e^{-0.001}$ ＝０.９９９	$e^{-0.05}$ ＝０.９５１
$e^{-0.08}$ ＝０.９２３	$e^{-0.1}$ ＝０.９０５
$e^{-0.999}$ ＝０.３６８	$e^{-1.0}$ ＝０.３６８

図に示すシステムが２００［時間］正常に機能するように規定されている場合、システム全体の信頼度は、［（オ）］となる。なお、装置Ａ～装置ＣのＭＴＢＦは、下記の条件とする。

条件　　装置ＡのＭＴＢＦ＝２，０００［時間］
　　　　装置ＢのＭＴＢＦ＝２，５００［時間］
　　　　装置ＣのＭＴＢＦ＝４，０００［時間］



〈(オ)の解答群〉
① ０．７９４　② ０．８６９　③ ０．９４４　④ ０．９９９

各装置ごとの信頼度を求めると、基本式$R = \exp(-t/MTBF)$より、各 MTBF と t=200 を用いれば、

$$R_A = \exp\left(-\frac{200}{2000}\right) = e^{-0.1} = 0.905$$

$$R_B = \exp\left(-\frac{200}{2500}\right) = e^{-0.08} = 0.923$$

$$R_C = \exp\left(-\frac{200}{4000}\right) = e^{-0.05} = 0.951$$

同様に、装置 AB の並列冗長系信頼度は $R_{AB} = 1 - (1 - 0.905)(1 - 0.923) \approx 0.9927$となる。さらに R_{AB}と R_Cの直列系信頼度は、その積となるので、$R_{all} = 0.9927 \times 0.951 \approx 0.944$

よって、解答は③の 0.944 となる。

平成 19 年度第 2 回 伝交問 4(3) [省略]

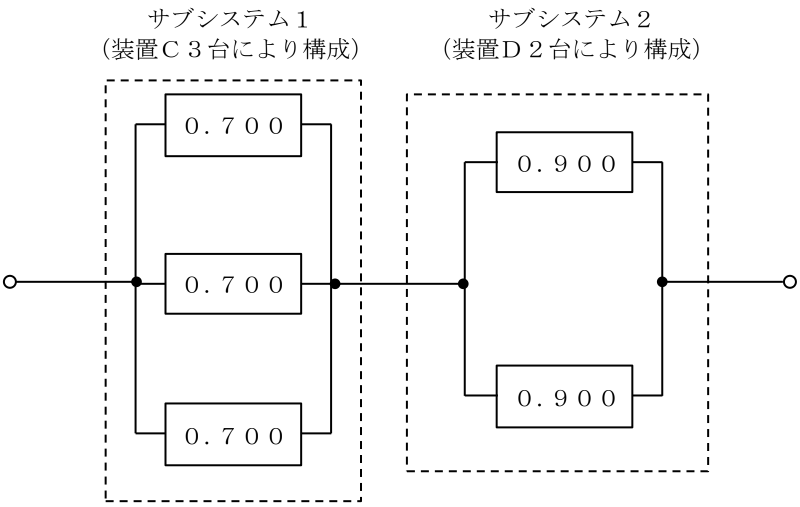
類題　平成 25 年度第 2 回 伝交問 4(3)(1)

平成 19 年度第 1 回 伝交問 4(2) [省略]

同一問題　平成 21 年度第 1 回 伝交問 4(3)

平成 19 年度第 1 回 伝交問 4(3) [簡易版]

（３）　次の文章は、あるシステムの信頼度について述べたものである。 $\boxed{\quad}$ 内の(キ)、(ク)に最も適したものを、下記の解答群から選び、その番号を記せ。ただし、下図は信頼度に関する概念図であり、図中の $\boxed{\quad}$ 内の数字はそれぞれの構成装置の信頼度を示している。なお、答えは、四捨五入により小数第３位までとする。　（３点×２＝６点）



（ｉ）　装置Ｃ３台からなるサブシステム１が、２／３多数決冗長構成となっているときのサブシステム１の信頼度は、 $\boxed{（キ）}$ である。

（ii）　装置Ｃ３台からなるサブシステム１（２／３多数決冗長構成）と装置Ｄ２台からなる二重化されたサブシステム２（１／２冗長構成）を接続した全体のシステムの信頼度は、 $\boxed{（ク）}$ である。

＜(キ)、(ク)の解答群＞

① ０．７７６	② ０．７８４	③ ０．７８８	④ ０．８８５
⑤ ０．９００	⑥ ０．９１０	⑦ ０．９６３	⑧ ０．９７３

（簡易解説）

詳細解説は、ほぼ同一問題である平成 22 年度第 2 回 伝交問 4(3)を参照のこと。

サブシステム1の信頼度は、「全て装置が正常の確率×1パターン」と「3台中、2台が正常の確率×3パターン」の確率合計値を計算すると、$0.7^3 + 3 \times (0.7^2 \times 0.3) \approx 0.784$ 。よって、解答はキ②。

サブシステム2の信頼度は、不信頼度を利用して$1 - 0.1^2 = 0.990$、もしくは「2台とも正常の確率×1パターン」と「2台中、1台が正常の確率×2パターン」の合計値$0.9^2 + 2(0.9 \times 0.1) = 0.990$ を出せばよい。

総合信頼度は$0.784 \times 0.990 \approx 0.776$となるため、解答はク①。

平成 18 年度第 2 回 伝交問 4(2) [省略]

（省略）　平成 21 年度第 2 回 伝交問 4(2)と同一問題。（改変部分は解答群の一部のみ。）

平成 18 年度第 2 回 伝交問 4(3)

（３）　次の文章は、ある装置の信頼性について述べたものである。 $\boxed{}$ 内の（キ）、（ク）に最も適したものを、下記のそれぞれの解答群から選び、その番号を記せ。ただし、この装置は偶発故障期間にあるものとする。また、指数関数の値は、 $e^{-0.001}=0.999$、$e^{-0.01}=0.990$、$e^{-0.1}=0.905$、$e^{-1.0}=0.368$、$e^{-4.60}=0.010$とする。なお、ｅは自然対数の底である。（３点×２＝６点）

（ｉ）　装置の平均故障率が０．１［%／時間］のとき、その装置が１００時間以内に故障する確率は、 $\boxed{（キ）}$ ［%］である。ただし、答えは、四捨五入により小数第１位までとする。

〈（キ）の解答群〉

① ９．５　② １０．０　③ ３６．８　④ ９０．５　⑤ ９９．０

（ii）　装置が１，０００時間稼動した時点での信頼度は、 $\boxed{（ク）}$ である。 ただし、答えは、四捨五入により小数第３位までとする。

〈（ク）の解答群〉

① ０．３６８　② ０．６３２　③ ０．９０５
④ ０．９９０　⑤ ０．９９９

ごく基本的な問題だが罠も多い。設問･解答がどの単位で表現され、また要求されているのか。そして求めるべきものは動作確率なのか、故障確率なのか等に注意すること。

(1)　平均故障率を 0.01%→0.001 とおき、基本式に代入すればよい。

$$R=\exp(-\lambda t)=\exp(-0.001\times 100)=\mathrm{e}^{-0.1}=0.905\rightarrow 90.5[\%]$$

ここで、求められているのは「故障する確率」であり、いま計算した「動作する確率」ではない。よって、解答は $F=1-R=1-90.5=9.5[\%]$であり、キは①が正解となる。

(2)　単純計算すればよい。ただし、今度は%表示に直す必要は無い。

$$R=\exp(-0.001\times 1000)=\mathrm{e}^{-1}=0.368$$

よって、解答はク①となる。

平成 18 年度第 1 回 伝交問 4(2)

（２）　次の文章は、ある装置Ａの信頼性について述べたものである。$\boxed{\quad}$ 内の（オ）、（カ）に最も適したものを、下記の解答群から選び、その番号を記せ。ただし、装置Ａの故障の発生は指数分布に従うものとし、ＭＴＢＦは、５００[時間]とする。（３点×２＝６点）

装置Ａを修理しない条件で、ｎ[台]を１／ｎ冗長として並列に接続したシステムにおいて、このシステムのＭＴＴＦは、$\boxed{（オ）}$ [時間]で求められる。

また、このシステムにおいて、ＭＴＴＦを１，０００[時間]以上にするためには、装置Ａを $\boxed{（カ）}$ [台]以上並列に接続する必要がある。

<（オ）、（カ）の解答群>

① ２　② ３　③ ４　④ ５　⑤ ６　⑥ ７

⑦ $\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\cdots+\frac{1}{n}\right)\times 500$　⑧ $\frac{500}{n}$

⑨ ｎ×５００

H18 年度第 1 回は全般に困難な問題が多く(伝交合格率最低記録の 7.4%)であるため、試験対策としては導出の必要性は低いと思われる。解説には数ページ必要なため、付録 1 に別記する。

オの解答は⑦であり、

$$\mathrm{MTTF}=\frac{1}{\lambda}\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k}=500\times\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n}\right)$$

本式を用いると、

$$1000\geq 500\times\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n}\right)$$

$$2\geq 1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n}$$

あとは、ひたすら計算するだけであり、左辺が 2 以上になるnを求めていけばよい。

$$1\geq\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n}$$

とおいて、左辺を合計したときに1を超えた時の項が N の値(台数)となる。

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}=\frac{6+4+3}{12}=\frac{13}{12}\geq 1$$

と第 4 項まで加算すると1を超えるため、N＝4 台となり、(カ)の解答は③。

平成 18 年度第 1 回 伝交問 4(3) [省略]

類題・解説　平成 22 年度第 2 回 伝交問 4(3)を参照のこと。
同一問題　平成 19 年度第 1 回 伝交問 4(3)(解説省略)

平成 17 年度第 2 回 一伝交問 4(2) [省略]

類題・解説　平成 23 年度第 1 回 伝交問 4(3)を参照。
(設問の数値が異なるのと、一部表現に違いがあるのみ。)

平成 17 年度第 1 回 一伝交問 4(2)

(2)　次の文章は、ある装置Aの信頼性について述べたものである。 $\boxed{}$ 内の(オ)、(カ)に最も適したものを、下記の解答群から選び、その番号を記せ。ただし、故障の発生は指数分布に従うものとし、装置Aの故障率λは、一定値とする。　(3点×2＝6点)

(i)　装置Aを時間tの間、信頼度をγに維持する必要がある場合、λの値は $\boxed{(オ)}$ 以下にしなければならない。

(ii)　装置Aの修復率をμとした場合、アベイラビリティは $\boxed{(カ)}$ である。

<(オ)、(カ)の解答群>

① $\frac{1}{\mu+\lambda}$	② $t-\frac{\log_e\gamma}{t}$	③ $\frac{\log_e\gamma}{t}$	④ $-\frac{\log_e\gamma}{t}$
⑤ $\frac{\mu}{\mu+\lambda}$	⑥ $\frac{t}{e^{-\lambda t}}$	⑦ $\lambda te^{-\lambda t}$	⑧ $\frac{1-\log_e\gamma}{t}$

(1)　信頼度をγ(通常はRと置く事が多いが)とした場合の基本式、$\gamma = e^{-\lambda t}$ から、両辺を自然対数化して

$$\log_e\gamma = -\lambda t$$

$$\therefore \lambda = -\frac{\log_e\gamma}{t}$$

よって、オの解答は④となる。

(2)　固有アベイラビリティAの定義

$$A = \frac{MTBF}{MTBF + MTTR}$$

及び、$MTBF = 1/\lambda$ 、及び $MTTR = 1/\mu$ の関係式を使う。

$$A = \frac{MTBF}{MTBF + MTTR} = \frac{\frac{1}{\lambda}}{\frac{1}{\lambda}+\frac{1}{\mu}} = \frac{\mu}{\mu+\lambda}$$

よって、カの解答は⑤となる。

平成 17 年度第 1 回 一伝交問 4(3)

（３）　次の文章は、ある装置Ｂの故障率等について述べたものである。$\boxed{\quad}$ 内の（キ）、（ク）に最も適したものを、下記の解答群から選び、その番号を記せ。　（３点×２＝６点）

装置Ｂの故障は偶発的に発生するものとし、そのＭＴＢＦは１００日である。ただし、ｅは自然対数の底とする。なお、$e^{0.01}$＝１．０１０、$e^{0.1}$＝１．１０５、$e^{0.2}$＝１．２２１とする。

（ｉ）　この装置Ｂの故障率は、$\boxed{（キ）}$ ［件／日］である。

（ii）　この装置Ｂの使用開始後１０日間における信頼度は、$\boxed{（ク）}$ である。なお、答えは、四捨五入により小数第２位までとする。

〈（キ）、（ク）の解答群〉

① 1×10^{-5}	② 1×10^{-4}	③ 1×10^{-3}	④ 1×10^{-2}
⑤ ０．８０	⑥ ０．９０	⑦ １．０１	⑧ １．１１

(1)　非常にシンプルな問題である。故障率 $\lambda = 1/\mathrm{MTBF}$ であるので、

$$\lambda = \frac{1}{\mathrm{MTBF}} = \frac{1}{100} = 0.01 \rightarrow 1 \times 10^{-2}$$

よって、キの解答は④となる。

(2)　10 日後の信頼度は、基本式に代入するだけよい。

$$\mathrm{R} = e^{-\lambda t} = e^{-0.01\times 10} = e^{-0.1} = \frac{1}{e^{0.1}} = \frac{1}{1.105} = 0.904\cdots \approx 0.90$$

よって、クの解答は⑥となる。

平成 16 年度第 2 回 一伝交問 4(2)(1)

（２）　次の文章は、直並列系システムの信頼度について述べたものである。$\boxed{\quad\quad}$ 内の（オ）～（ク）に最も適したものを、下記の解答群から選び、その番号を記せ。ただし、答えは、四捨五入により小数第２位までとする。　（３点×４＝１２点）

（ｉ）　図１の装置Ｘの信頼度は、$\boxed{（オ）}$ である。ただし、下図の数値は、各部品単体の信頼度である。

装置Ｘ

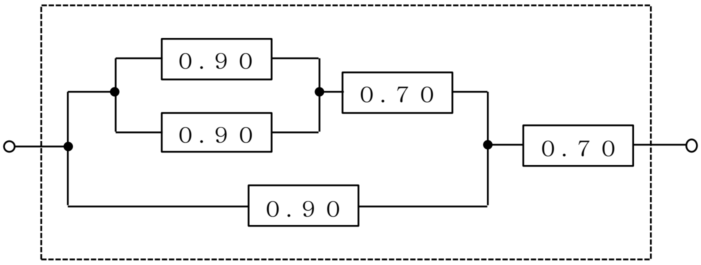


図１

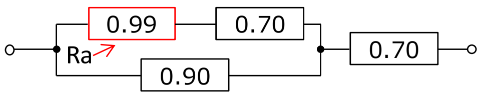
＜（オ）～（ク）の解答群＞

① ０．０３	② ０．０４	③ ０．０８	④ ０．０９
⑤ ０．２４	⑥ ０．５５	⑦ ０．６８	⑧ ０．６９
⑨ ０．７８	⑩ ０．８０	⑪ ０．８５	⑫ ０．８８
⑬ ０．８９	⑭ ０．９６	⑮ ０．９７	⑯ ０．９９

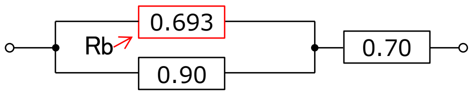
(1)　簡単だが、地道に計算を進めるしか方法がない問題。

まず第一に、0.9 の信頼度の部品が 2 並列冗長となった系の信頼度 R_a を計算すると、

$R_a = 1-(1-0.9)\times(1-0.9) = 0.990$となる。

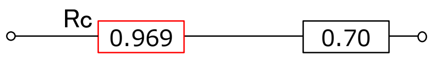


第二に、0.70 と R_a の直列系の信頼度を計算すると、$R_b = 0.990\times0.70 = 0.693$



第三に、R_b と 0.90 の並列冗長系の信頼度を計算して、

$$R_c = 1-(1-0.693)\times(1-0.90) = 1-0.307\times0.10 = 0.9693 \cong 0.969$$



最後に、Rc と 0.70 の直列系の信頼度を計算して、

$$R_d = 0.969\times0.70 = 0.6783 \cong 0.68$$

よって、(オ)の解答は⑦となる。

平成 16 年度第 2 回 一伝交問 4(2)(2)

（ⅱ）　図２の装置Ｙの信頼度を、次の（ａ）、（ｂ）、（ｃ）の算出順序で求めるとすると、下記のとおりとなる。ただし、部品Ａ、Ｂ、Ｃ及びＤの信頼度は、すべて０．９０とする。

装置Ｙ

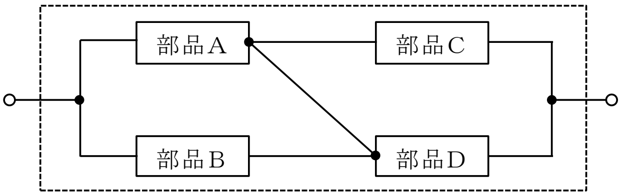


図２

（ａ）　部品Ａが故障しているという条件の下での装置Ｙの信頼度は、部品Ｂと部品Ｄが故障していない場合を計算すればよいので、 （カ） である。

（ｂ）　部品Ｂが故障しているという条件の下での装置Ｙの信頼度は、部品Ａが正常に動作しており、かつ、部品Ｃ、部品Ｄの少なくとも一つが正常で故障していない場合を計算すればよいので、 （キ） である。

（ｃ）　部品Ａと部品Ｂが共に故障していないという条件の下での装置Ｙの信頼度は、部品Ｃ、部品Ｄの少なくとも一つが正常で故障していない場合を計算すればよいので、 （ク） である。

以上（ａ）、（ｂ）及び（ｃ）の結果から、装置Ｙの信頼度は、０．９７となる。

＜（オ）～（ク）の解答群＞

① ０．０３	② ０．０４	③ ０．０８	④ ０．０９
⑤ ０．２４	⑥ ０．５５	⑦ ０．６８	⑧ ０．６９
⑨ ０．７８	⑩ ０．８０	⑪ ０．８５	⑫ ０．８８
⑬ ０．８９	⑭ ０．９６	⑮ ０．９７	⑯ ０．９９

本問は出題文の曖昧さがあり、複数解答が後に正解とされ、正式に加点された経緯があるため注意。

標準(a)解答

部品 B と D がどちらも故障せず、かつ部品 A が故障しているという条件となっている。部品 C の状態は考えなくてもよい。

部品 B と部品 D が同時に故障していない確率は、$\mathrm{R_{BD}} = \mathrm{R_B} \times \mathrm{R_C}$

部品 A が故障している確率は、$\mathrm{F_A} = 1 - \mathrm{R_A}$

これらの組み合わせが同時に起こる確率を考えて、

$$\mathrm{R_{(a)}} = \mathrm{R_B} \times \mathrm{R_C} \times (1 - \mathrm{R_A}) = 0.9 \times 0.9 \times 0.1 = 0.081 \approx 0.08$$

よって、(カ)の解答は③となる。

標準(b)解答

部品 A が動作、部品 B が故障、かつ部品 C と D のいずれかが最低一つ動作している確率を求める。

部品 A が動作中である確率は、$\mathrm{R_A} = 0.9$

部品 B が故障中である確率は、$\mathrm{F_B} = 1 - \mathrm{R_B} = 0.1$

部品 C と D のいずれかが動作している確率は、$\mathrm{R_{CD}} = 1 - (1 - \mathrm{R_B}) \times (1 - \mathrm{R_C}) = 0.99$

上記が同時に生じる状態を考えると、

$$\mathrm{R_{(b)}} = \mathrm{R_A} \times \mathrm{F_B} \times \mathrm{R_{CD}} = 0.9 \times 0.1 \times 0.99 = 0.0891 \approx 0.09$$

よって、(キ)の解答は④。

標準(c)解答

部品 A と B の両方が動作している確率と、部品 C と D のいずれかが動作している確率を求める。

部品 A、B の両方が動作中である確率は、$\mathrm{R_{AB}} = \mathrm{R_A} \times \mathrm{R_B} = 0.9 \times 0.9 = 0.81$

部品 C と D のいずれかが動作している確率は、$\mathrm{R_{CD}} = 1 - (1 - \mathrm{R_B}) \times (1 - \mathrm{R_C}) = 0.99$

上記が同時に生じる状態を考えると、

$$\mathrm{R_{(b)}} = \mathrm{R_{AB}} \times \mathrm{R_{CD}} = 0.81 \times 0.99 = 0.08019 \approx 0.80$$

よって、(キ)の解答は⑩。

解答の検算上は、カの 0.08、キの 0.09、クの 0.80 を加算して、0.97 となる。

別解(a)解答（後日、正解の一つとして正式加点されたもの）

「装置 A が故障している」条件下での「装置 Y の信頼度」は、部品 B と D の直列系信頼度を求めることになるので、$R_{(a)} = R_A \times R_B = 0.9 \times 0.9 = 0.81$。これに「最も適した」解答を選ぶと、⑩の 0.80 が最も近い解答選択肢となる。

別解(b)解答（後日、正解の一つとして正式加点されたもの）

「部品 B が故障している」条件下での「装置 Y の信頼度」を求める。

部品 A が動作中である確率は、$R_A = 0.9$

部品 C と D のいずれかが動作している確率は、$R_{CD} = 1 - (1 - R_B) \times (1 - R_C) = 0.99$

上記が同時に生じる状態を考えると、

$$R_{(b)} = R_A \times R_{CD} = 0.9 \times 0.99 = 0.891 \approx 0.89$$

よって、(キ)の解答は⑬。

別解(c)解答（後日、正解の一つとして正式加点されたもの）

「部品 A と B が共に故障していない」条件下で部品 C、D のいずれか一方が動作しているという「装置 Y の信頼度」を求める。

すなわち、部品 C と D のいずれかが動作している確率は、$R_{CD} = 1 - (1 - R_B) \times (1 - R_C) = 0.99$

よって、(キ)の解答は⑯。

別解における解答の検算は、上記特殊条件下ではなく、「特定の条件を指定しない装置 Y の総合信頼度」を考えて、以下のように値を補正して求める。

カの 0.80 に、部品 A が故障している確率である$F_A = 1 - R_A = 0.1$をかけた値(=0.08)

キの 0.89 に、部品 B が故障している確率である$F_B = 1 - R_B = 0.1$をかけた値(=0.089)

クの 0.99 に、部品 A,B が両方動作している確率である$R_{AB} = R_A \times R_B = 0.9 \times 0.9 = 0.81$をかけた値(=0.802)

をそれぞれ加算し、$0.08 + 0.089 + 0.802 = 0.971 \approx 0.97$と、特定の条件を指定しない装置 Y の信頼度が求められる。

これら別解は、問題文の読み取り方が二通りあることによって生じたもので、標準・別解いずれの方法でも選択肢から解答を選ぶことができ、かつ題意にあるシステム信頼度の合計値（0.97）を満足し得るという特殊条件があった理由で認められている。

平成 16 年度第 1 回 一伝交問 4(2)

（２）　次の文章は、ある装置Ａの信頼性について述べたものである。次の $\boxed{}$ 内の（オ）～（ク）に最も適したものを下記の解答群から選び、その番号を記せ。ただし、この装置の故障分布は、４８，０００時間までは、指数分布に従うものとする。なお、必要に応じ下記の数値を用いることとし、答えは有効数字３けたとする。　（３点×４＝１２点）

$e^{-0.625} \fallingdotseq 0.5353$	$e^{-0.125} \fallingdotseq 0.8825$	$e^{-0.0208} \fallingdotseq 0.9794$
$e^{-0.250} \fallingdotseq 0.7788$	$e^{-0.0625} \fallingdotseq 0.9394$	$\log_e 0.9 \fallingdotseq -0.1054$

（ｉ）　装置Ａを４８，０００時間使用したところ３回の故障が発生した。この装置の１時間当たりの故障率は、 $\boxed{（オ）}$ ［件／時間］であり、１，０００時間での信頼度は、 $\boxed{（カ）}$ である。

次に、この装置Ａの信頼度を０．９００以上に保つためには、 $\boxed{（キ）}$ 時間以下の使用時間とする必要がある。

（ⅱ）　この装置Ａ２台を用いて並列冗長系システムを構成した場合、１，０００時間における信頼度は、 $\boxed{（ク）}$ である。

〈（オ）～（ク）の解答群〉

① 2.08×10^{-5}	② 6.25×10^{-5}	③ 6.25×10^{-4}
④ 2.21×10^{-1}	⑤ 3.63×10^{-1}	⑥ 9.39×10^{-1}
⑦ 9.72×10^{-1}	⑧ 9.96×10^{-1}	⑨ 9.72×10
⑩ 1.68×10^{2}	⑪ 1.68×10^{3}	⑫ 5.06×10^{3}

---

(1)　まず単純に、故障率λを求めれば、

$$\lambda = \frac{3}{48000} = \frac{3}{4.8\times10^4} = 0.625\times10^{-4} \approx 6.25\times10^{-5}\ [\text{件/時間}]$$

となるため、(オ)の解答は②。

この故障率を利用して、1,000 時間後の信頼度を求めると、

$$R_{t=1000} = e^{-6.25\times10^{-5}\times10^3} = e^{-6.25\times10^{-2}} = e^{-0.0625} = 0.9394$$

が得られ、(カ)の解答は⑥となる。さらに装置 A の信頼度を 0.9 以上に保つためには、$R = e^{-\lambda t} = 0.9$である必要があり、両辺を自然対数化すれば、

$$\log_e(R) = -\lambda t = \log_e 0.9 = -0.1054$$

となるので、信頼度がちょうど 0.9 となる時間 t は、

$$t = \frac{0.1054}{\lambda} = \frac{0.1054}{6.25\times10^{-5}} = \frac{10540}{6.25} = 1686.4 \approx 1.68\times10^3[\text{時間}]$$

よって、(キ)の解答は⑪。

(2)　冗長信頼度は$1-(1-0.9394)^2 = 1-0.0606^2 = 1-0.00367 = 0.996 = 9.96\times10^{-1}$と計算ができ、(ク)の解答は⑧となる。

平成 15 年度第 2 回 一伝交問 4(2)

（２）　次の文章は、ある装置の信頼性について述べたものである。 $\boxed{\quad}$ 内の（オ）～（ク）に最も適したものを、下記のそれぞれの解答群から選び、その番号を記せ。ただし、この装置は偶発故障期間にあるものとする。また、指数関数の値は、$e^{-0.001}$＝０．９９９、$e^{-0.01}$＝０．９９０、$e^{-0.1}$＝０．９０５、$e^{-1.0}$＝０．３６８、$e^{-4.60}$＝０．０１０とする。なお、ｅは自然対数の底である。　（３点×４＝１２点）

（ｉ）　装置の平均故障率が０．１［％／時間］のとき、 $\boxed{（オ）}$ は、１，０００［時間］である。

＜（オ）の解答群＞

①　ＭＴＴＲ　②　ＭＴＢＦ　③　平均修理時間
④　初期故障期間　⑤　アベイラビリティ

（ⅱ）　装置の平均故障率が０．１［％／時間］のとき、その装置が１０時間以内に故障する確率は、$\boxed{（カ）}$ ［％］である。また、装置が１，０００時間稼動した時点での信頼度は、 $\boxed{（キ）}$ ［％］である。

＜（カ）、（キ）の解答群＞

①　０．０１０　②　０．１　③　０．３６８　④　０．９０５
⑤　１．０　⑥　３６．８　⑦　６３．２　⑧　９０．５
⑨　９９．０　⑩　９９．９

（ⅲ）　装置の稼動開始後５０時間の信頼度を９９［％］以上に維持するためには、その装置の平均故障率を $\boxed{（ク）}$ ［％／時間］以下にしなければならない。

＜（ク）の解答群＞

①　０．０００２　②　０．００９　③　０．０２
④　０．０９　⑤　０．２　⑥　９．０

（解説は次ページ）

(1)　平均故障率が 0.1[%/時間]、すなわち 0.001[件/時間]である。1000[時間/件]となる数は単純に平均故障率の逆数だとわかる。故障率の逆数は MTBF であるので、(オ)の解答は②となる。

(2)　平均故障率λが、$\lambda = 0.1[\%/時間] = 0.001[件/時間]$であるので、信頼度基本式に代入し、

$$\mathrm{R} = \mathrm{e}^{-0.001\times 10} = \mathrm{e}^{-0.01} = 0.990 \rightarrow 99.0[\%]$$

$$\mathrm{R} = \mathrm{e}^{-0.001\times 1000} = \mathrm{e}^{-1} = 0.368 \rightarrow 36.8[\%]$$

(カ)では、信頼度 R ではなく故障確率 F を要求されているので、$\mathrm{F} = 100 - 99.0 = 1.0\%$となる。よって、(カ)の解答は⑨の 99.0%ではなく⑤の 1.0%である。また、(キ)の解答はそのまま 36.8%の⑥となる。

(3)　信頼度基本式に与えられた値を代入すると、

$$R = e^{-\lambda t} = e^{-50\lambda} = 0.99$$

だが、設問中には exp の値しかなく、対数値の数値記載が無いため、両辺を自然対数化する作戦はとれない。

そこで$e^x = 0.99$ となるxを探す方針に変えれば、設問中に$\mathrm{e}^{-0.01} = 0.990$ が与えられていることに気付く。すなわち、

$$R = e^{-50\lambda} = e^{-0.01} = 0.99$$

の等式から、$-50\lambda = -0.01$の等式を導けばよいことになる。あとは、単純にλを求めればよく、

$$\lambda = \frac{0.01}{50} = \frac{1\times 10^{-2}}{5\times 10^{1}} = 0.2\times 10^{-3} = 2\times 10^{-4}[件/時間] \rightarrow 2\times 10^{-2}[\%/時間]$$

よって、所要の故障率は 0.02[%/時間]以下となり、(ク)の解答は③となる。

平成 15 年度第 2 回 線路問 4(2)

（２）　次の文章は、ある機器Ａを用いたシステムの信頼性について述べたものである。
次の $\boxed{\quad}$ 内の(オ)～(ク)に最も適したものを下記の解答群から選び、その番号を記せ。ただし、機器Ａの信頼度は、指数分布に従うものとし、必要に応じ、下記の区間推定係数表を用い、答えは有効数字３けたとする。（３点×４＝１２点）

（ⅰ）　機器Ａの故障率が０．５ ［%/時間］であるとき、アベイラビリティが９８．０ ［%］ であるためにはＭＴＴＲは、 $\boxed{（オ）}$ 時間でなければならない。

（ⅱ）　機器Ａを５台使用して、３台が故障したところで使用を停止した。運用開始から故障するまでの時間は、それぞれ、１７０時間、４３０時間、２，０４０時間であった。このシステムのＭＴＴＦの点推定値は、 $\boxed{（カ）}$ ［時間］である。信頼水準９０［%］のときのＭＴＴＦの区間推定の上限値は、 $\boxed{（キ）}$ ［時間］である。

（ⅲ） 機器Ａを５台使用して、２，４００時間経過したところで使用を停止した。運用開始から故障するまでの時間は、それぞれ、１７０時間、４３０時間、２，０４０時間であった。このシステムの信頼水準９０ ％ のときのＭＴＴＦの区間推定の下限値は、 $\boxed{（ク）}$ ［時間］である。

指数分布に従うときの区間推定係数表(信頼水準９０[%])

故障数	区　間　推　定　係　数	
	定数打切り(上限)	定数打切り(下限)
1	１9.5０	0.２１
2	5.6３	0.３２
3	3.6７	0.３９
4	2.9３	0.４４
5	2.5４	0.４８

＜(オ)～(ク)の解答群＞

① １．０１　② ２．０２　③ ２．０４　④ ４．０８
⑤ ５．２８×１０²　⑥ ６．０４×１０²　⑦ ８．７０×１０²
⑧ ８．８０×１０²　⑨ ９．６７×１０²　⑩ １．１９×１０³
⑪ １．９５×１０³　⑫ ２．２４×１０³　⑬ ２．４８×１０³
⑭ ３．２６×１０³　⑮ ５．６１×１０³　⑯ ８．２２×１０³

(解説は次ページ)

(1)　固有アベイラビリティ A から所要の MTTR を計算するためには MTBF を求めなければならない。(設問上は明示がなく非修理系前提のように見えるが固有アベイラビリティを適用するため MTBF を採用する。)

これは故障率 λ から計算する。平均故障率が 0.5[%/時間]なので、%を外すと 0.005[件/時間]である。よって、MTTF は、

$$\mathrm{MTBF}=\frac{1}{\lambda}=\frac{1}{0.005}=200\ [\text{時間}]$$

と求められる。後は、固有アベイラビリティを MTTR について変形し、代入すればよい。

$$\mathrm{A}=\frac{\mathrm{MTBF}}{\mathrm{MTBF}+\mathrm{MTTR}}\quad\rightarrow\quad\mathrm{MTTR}=\mathrm{MTBF}\left(\frac{1}{\mathrm{A}}-1\right)=200\times\left(\frac{1}{0.98}-1\right)=4.08$$

ゆえに、オの解答は④となる。

(2)　MTTF の点推定値は、総動作時間÷故障件数である。本設問においては、3台目が故障した時点で運用を停止したとあるので、最後の瞬間(2040 時間)まで運用した台数は5台中3台となる。よって、MTTF は、

$$\mathrm{MTTF}=\frac{\text{総動作時間}}{\text{故障件数}}=\frac{170+430+2040\times 3}{3}=\frac{6720}{3}=2240\ [\text{時間}]$$

よってカの解答は⑫となる。

また、区間推定値(上限)は表より故障数3の 3.67 を 2,240 時間にかければよい。結果は 8,221 時間であり、キの解答は⑯である。

(3)　前問と同じだが、動作時間が最大で 2,400 時間となっていることと、下限値を求めることが異なっている。

$$\mathrm{MTTF}=\frac{\text{総動作時間}}{\text{故障件数}}=\frac{170+430+2040+2400\times 2}{3}=\frac{7440}{3}=2480\ [\text{時間}]$$

区間推定値(下限)は表より故障数3の 0.39 をかけて 967.2 時間。よってクの解答は⑨となる。

(補足)この問題の信頼区間と係数表について

区間推定値 (CI: Confidencial Interval) はサンプル抽出での推定値がどれだけばらつく可能性があるかを示す一つの指標。CI=90%の場合、同一条件で何度もサンプリングを繰り返してその都度得られる MTBF が、10 回中 9 回の確率で、この信頼区間内に真の値が含まれているはずという考え方。

MTBF の区間推定値は、時間打ち切り(Time Truncated Test)検査の場合、χ^2 関数を使って

$$\frac{2\mathrm{T}}{\chi^2\left(\frac{\alpha}{2},2\mathrm{r}+2\right)}<MTBF<\frac{2\mathrm{T}}{\chi^2\left(1-\frac{\alpha}{2},2\mathrm{r}\right)}$$

である。ここで、T は総稼働時間、r が故障数、α は危険率(両側 90%なら 0.1)。

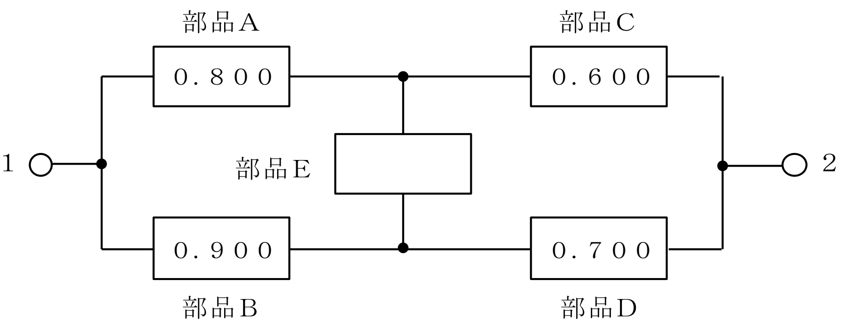
設問 (2)の条件では、T=6720,r=3, α=0.1 のときに、上限で$\chi^2(0.95,6)=1.635$という値が得られるので、$\mathrm{MTBF1(Upper)}=6720\times 2/1.635=8218$ から$8218/2240=3.669\approx 3.69$ということのようである。

また、設問(3)ではさらに条件が変わり、T=7440,r=3, α=0.1 のときの下限で$\chi^2(0.05,8)=15.51$という値が得られるので、$\mathrm{MTBF2(Lower)}=7440\times 2/15.51=960$ から$960/2480=0.3869\approx 0.39$ という係数値にしたようである。

ようするにこの係数表は、小問(2)(3)の設問条件に合わせて試験専用に係数を調整したらしく、あまり気にしない方が良いと思われる。

平成 15 年度第 1 回 一伝交問 4(2)

（２）　次の文章は、あるシステムの部品の信頼度について述べたものである。 $\boxed{\quad}$ 内の(オ)～(キ)に最も適したものを、下記の解答群から選び、その番号を記せ。ただし、下図は信頼度に関するシステムの概念図であり、図中の内の数字はその部品の信頼度を示し、部品Ｅの条件のみが変わるものとする。なお、答えは、有効数字３けたとする。　（３点×３＝９点）



（ｉ）　図に示すシステムで、入力側を１、出力側を２とした場合、部品Ｅが故障しないという条件の下でのシステムの信頼度は、 $\boxed{（オ）}$ となる。

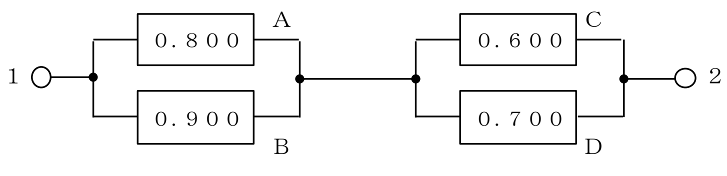
（ⅱ）　部品Ｅが故障しているという条件の下でのシステムの信頼度は、 $\boxed{（カ）}$ となる。

（ⅲ）　部品Ｅの信頼度を０．５００とした場合のシステムの信頼度は、 $\boxed{（キ）}$ となる。

＜(オ)～(キ)の解答群＞

① ０．００２	② ０．１６２	③ ０．１６６	④ ０．１９２
⑤ ０．４３１	⑥ ０．６９８	⑦ ０．８０８	⑧ ０．８３５
⑨ ０．８３８	⑩ ０．８６２	⑪ ０．８９２	⑫ ０．９９８

(1)　部品Eが故障しないので、部品Eを線で接続した冗長系として考える。すると部品 A/B の並列系および部品 C/D の並列系の部分に分けることができ、それらの積が信頼度となる。

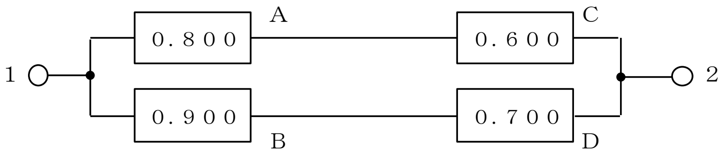


部品 A/B の並列系は、$\mathrm{R_{AB}} = 1-(1-0.8)(1-0.9) = 1-0.2\times0.1 = 1-0.02 = 0.98$

部品 C/D の並列系は、$\mathrm{R_{CD}} = 1-(1-0.6)(1-0.7) = 1-0.4\times0.3 = 1-0.12 = 0.88$

最終的に、システム全体の信頼度$\mathrm{R_1} = \mathrm{R_{AB}}\cdot\mathrm{R_{CD}} = 0.98\times0.88 = 0.8624 \approx 0.862$の結果が得られ、オの解答は⑩の 0.862 となる。

(2) 部品Eが永続的に故障しているため、存在しないものとして考える。



すると、部品 A/C による直列系と、部品 B/E による直列系の2サブシステムがあり、それらの並列にした信頼度がシステムの信頼度となる。

部品 A/C の直列系信頼度は、$\mathrm{R_{AC}} = 0.8 \times 0.6 = 0.48$

部品 B/D の直列系信頼度は、$\mathrm{R_{BD}} = 0.9 \times 0.7 = 0.63$。

それらを並列にした信頼度は、

$$\begin{aligned}\mathrm{R_2} &= 1 - (1 - \mathrm{R_{AC}})(1 - \mathrm{R_{BD}}) \\ &= 1 - 0.52 \times 0.37 = 1 - 0.1924 = 0.8076 \\ &\approx 0.808\end{aligned}$$

となって、カの解答は⑦の 0.808 となる。

(3) 条件を分けてシステムが動作している確率を求めていく。

条件 α：部品 E が故障、かつ、部品 A/B のいずれかが動作、かつ、部品 C/D のいずれかが動作している確率。

既に、(ⅰ)でその状態におけるシステム信頼度 $\mathrm{R_1}$を 0.862 と計算しているため、この条件でのシステムが稼動している確率は、部品 E の故障確率 $\mathrm{F_E}$との積となる。

$$\mathrm{R_\alpha} = \mathrm{F_E} \cdot \mathrm{R_1} = 0.5 \times 0.862 = 0.431$$

条件 β：部品 E が稼動、かつ、部品 A/C が両方とも動作、または、部品 B/D が両方とも稼動している確率。

この条件でのシステム稼動確率は、部品 E の稼動確率 $\mathrm{R_E}$と(ⅱ)で算出した $\mathrm{R_2}$との積であるため、

$$\mathrm{R_\beta} = \mathrm{R_E} \cdot \mathrm{R_2} = 0.5 \times 0.808 = 0.404$$

システムの総合信頼度（稼動確率）は、$\mathrm{R_\alpha}$と $\mathrm{R_\beta}$の和となり、

$$\mathrm{R_3} = \mathrm{R_\alpha} + \mathrm{R_\beta} = 0.431 + 0.404 = 0.835$$

よって、クの解答は⑧の 0.835 となる。

結果的ではあるが、部品 E の故障率が 0.5 のため、たまたま(ⅰ)と(ⅱ)で計算した信頼度に 0.5 を掛けて足した値となる。

平成 15 年度第 1 回 一伝交問 4(3)

（３）　次の文章は、あるシステムの部品の信頼度について述べたものである。 $\boxed{}$ 内の(ク)に最も適したものを、下記の解答群から選び、その番号を記せ。なお、答えは、有効数字４けたとする。（３点）

故障の発生が指数分布に従うある装置の故障率は、０．００２０[件／時間]である。この装置を１００時間使用したときの信頼度は、 $\boxed{（ク）}$ となる。ただし、指数関数の値は、ｅ$^{０．０００２}$＝１．０００２、ｅ$^{０．００２０}$＝１．００２０、ｅ$^{０．０２００}$＝１．０２０２、ｅ$^{０．２０００}$＝１．２２１４とする。なお、ｅは自然対数の底とする。

<（ク）の解答群>

① ０．００１６	② ０．０１００	③ ０．２２１４
④ ０．８１８７	⑤ ０．９９８０	

(3)　信頼度は簡単に求められ、故障率λと 100 時間を信頼度基本式に代入して、

$$R = e^{-\lambda t} = e^{-0.002\times 100} = e^{-0.2}$$

ただし、設問文中にはこの結果の指数関数値は与えられていないため、少し変形する必要がある。

$$e^{-0.2} = \frac{1}{e^{0.2}} = \frac{1}{1.2214} = 0.8187$$

よって、クの解答は④となる。

なお、本問の選択肢には近接した値がないので、指数関数を簡単に級数展開してみてもよい。

$$e^{-0.2} = 1-(0.2)+0.5\times(0.2)^2 = 1-0.2+0.02 = 0.82$$

と、この程度の「アタリ」を付けても、十分正解できる問題となっている。（もう 1 項計算すれば、0.8187 まで求められる。）

以下は指数関数展開の参考式。$|x|$が 1 より小さければ高速に収束するので、3～4項ぐらいまで計算するだけでも精度のよい結果が得られる。

$$e^{-x} = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{n!}(-x)^n = \frac{1}{0!}x^0 - \frac{1}{1!}x^1 + \frac{1}{2!}x^2 - \frac{1}{3!}x^3 + \frac{1}{4!}x^4 \cdots$$

$$= 1 - x + \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{24}x^4 \cdots$$

平成 14 年度第 2 回 一伝交問 3(2)

（２）　次の文章は、ある装置Ａの信頼性について述べたものである。装置ＡのＭＴＢＦが５００［時間］、ＭＴＴＲが３［時間］であるとき、以下の問いの $\boxed{\quad}$ 内の(オ)～(ク)に最も適したものを、解答群から選び、その番号を記せ。ただし、故障の発生間隔及び修復時間は指数分布に従うものとする。（３点×４＝１２点）

（ｉ）装置Ａのアベイラビリティは、 $\boxed{（オ）}$ である。ただし、答えは、有効数字２けたとする。

（ⅱ）　装置Ａを修理しない条件で、ｎ［台］を１／ｎ冗長として並列に接続したシステムにおいて、このシステムのＭＴＴＦは、 $\boxed{（カ）}$ ［時間］で求められる。

　また、このシステムにおいて、ＭＴＴＦを１，０００［時間］以上にするためには、装置Ａを $\boxed{（キ）}$ ［台］以上並列に接続する必要がある。

（ⅲ）　装置Ａが故障したときは、直ちに修理する条件で、ｎ［台］を１／ｎ冗長として並列に接続したシステムにおいて、システム全体のアベイラビリティを９９．９９９［%］以上にするためには、装置Ａを $\boxed{（ク）}$ ［台］以上並列に接続する必要がある。ただし、$\log_{10} 2 = 0.30$、$\log_{10} 3 = 0.48$とする。

〈(オ)～(ク)の解答群〉

① １　② ２　③ ３　④ ４　⑤ ５　⑥ ６

⑦ 6.0×10^{-3}　⑧ 9.9×10^{-1}

⑨ １．０　⑩ 1.7×10^{2}　⑪ ｎ×５００

⑫ $\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdots + \frac{1}{n}\right) \times 500$　⑬ $\frac{500}{n}$

次ページに解説

(1) 固有アベイラビリティの定義から直接計算できる。

$$A=\frac{\mathrm{MTBF}}{\mathrm{MTBF}+\mathrm{MTTR}}=\frac{500}{500+3}=0.9940\cong 0.99=9.9\times 10^{-1}$$

よって、オの解答は⑧の 9.9×10^{-1} となる

(2) 同一問題である平成 18 年度第 1 回伝交問 4(2)を参照のこと。カの解答は⑫、キの解答は④である。

(3) 1/n 冗長系でかつ修理可能なので、(1)で求めた稼働率を元に計算していけばよい。1/n 冗長系のアベイラビリティは、不稼働率 1-A の積が、システム全体の不稼働率を表す。式で表せば、

$$1-(1-0.99)^{\mathrm{n}}\geq 0.99999$$

この式で数値計算を進めると、

$$-(0.01)^{\mathrm{n}}\geq -0.00001$$

$$0.01^{\mathrm{n}}\leq 0.00001$$

ここで台数nを求めるために両辺を常用対数で変換して比較する。

$$\log_{10}(0.01)^{n}\leq \log_{10}(0.00001)$$

$$\mathrm{n}\cdot\log_{10}10^{-2}\leq \log_{10}10^{-5}$$

$$-2\mathrm{n}\cdot\log_{10}10\leq -5\cdot\log_{10}10$$

$$-2\mathrm{n}\leq -5$$

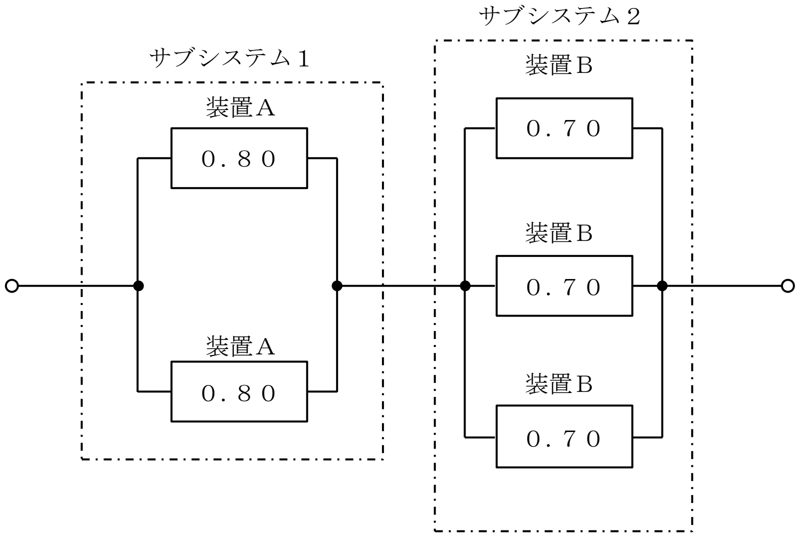
$$\mathrm{n}\geq 2.5$$

よって、式を満たす最小の台数(自然数)は 3 台となり、クの解答は③となる。

平成 14 年度第 1 回 一伝交問 3(2) [簡易版]

（２）　次の文章は、システムの信頼度について述べたものである。　　　　内の(オ)～(ク)に最も適したものを、下記の解答群から選び、その番号を記せ。　（３点×４＝１２点）

図に示すように２台の装置Ａから成る並列冗長サブシステム１と、３台の装置Ｂから成る並列冗長サブシステム２とで構成されているシステムがある。装置Ａの信頼度は２台とも０．８０、装置Ｂの信頼度は３台とも０．７０である。



（ⅰ）　サブシステム１（１／２冗長構成）の信頼度は、 (オ) である。また、サブシステム２を１／３冗長構成としたとき、システム全体の信頼度は、約 (カ) である。

（ⅱ）　サブシステム２を２／３冗長構成としたとき、サブシステム２の信頼度は、約 (キ) である。また、このとき、サブシステム１（１／２冗長構成）とサブシステム２（２／３冗長構成）とで構成されるシステム全体の信頼度は、約 (ク) である。

＜(オ)～(ク)の解答群＞

① ０．２２	② ０．３４	③ ０．５２	④ ０．６４	⑤ ０．７３
⑥ ０．７５	⑦ ０．７８	⑧ ０．８０	⑨ ０．８３	⑩ ０．８５
⑪ ０．９０	⑫ ０．９３	⑬ ０．９５	⑭ ０．９６	⑮ ０．９７
⑯ ０．９９				

詳細解説　　類題の平成 22 年度第 2 回 伝交問 4(3)を参照のこと。

次ページに簡易な解説を掲載する。

（簡易解説）

(1)　サブシステム 1 の信頼度は、$R_{S1} = 1 - (1 - 0.8)^2 = 1 - 0.2^2 = 1 - 0.04 = 0.96$で、オは⑭。
また、サブシステム 2 の信頼度は、$R_{S2} = 1 - (1 - 0.7)^3 = 1 - 0.3^3 = 1 - 0.027 = 0.973$と計算できるので、全システムの信頼度、$R_{SYS} = R_{S1} \cdot R_{S2} = 0.96 \times 0.973 = 0.934$となり、カは⑫となる。

(2)　3 台全てが稼動している確率は、$R_{AAA} = 0.7^3 = 0.343$
　3 台中 2 台が稼動している確率の一例を考えると、$R_{AAF} = 0.7 \times 0.7 \times 0.3 = 0.147$。だが、1 台故障する状態は 3 通り存在するため、数値を 3 倍して$R_{F1} = 0.147 \times 3 = 0.441$
　よって、サブシステム 2 が正常に動作している確率は、$0.343 + 0.441 = 0.784$で(キ)は⑦
システム信頼度は、$0.784 \times 0.96 = 0.753$となって、(ク)は⑥となる。

平成 13 年度第 2 回 一伝交問 1(2)

（２） 平均故障間動作時間Ｔ${}_F$、平均修復時間Ｔ${}_R$のユニットを２個直列に接続した装置Ｅがある。次の文章の $\boxed{\quad\quad}$ 内の(オ)～(ク)に最も適したものを、それぞれの解答群から選び、その番号を記せ。ただし、故障発生及び修復時間は指数分布に従うものとし、かつ、ユニットが２個とも同時に故障したときは、それぞれ独立に修復できるものとする。　　（３点×４＝１２点）

(ｉ) 装置Ｅの信頼度Ｒは、Ｒ＝ $\boxed{（オ）}$ の式で求められる。また、装置Ｅの不稼働率Ｗは、Ｗ＝ $\boxed{（カ）}$ の式で求められる。

<(オ)～(キ)の解答群>

① $e^{-\frac{1}{T_F}t}$ ② $e^{-\frac{2}{T_F}t}$	③ $e^{-\frac{1}{T_R}t}$ ④ $e^{-\frac{2}{T_R}t}$
⑤ $\frac{2T_F}{T_F+T_R}$	⑥ $\frac{2T_F{}^2}{(T_F+T_R)^2}$
⑦ $\frac{2T_R}{T_F+T_R}$	⑧ $\frac{T_R{}^2}{(T_F+T_R)^2}$
⑨ $1-\frac{2T_F}{T_F+T_R}$	⑩ $1-\frac{T_F{}^2}{(T_F+T_R)^2}$
⑪ $1-\frac{2T_R}{T_F+T_R}$	⑫ $1-\frac{T_R{}^2}{(T_F+T_R)^2}$

(ⅱ) 装置Ｅについて、各ユニットの平均故障間動作時間Ｔ${}_F$＝５，０００[時間]、平均修復時間Ｔ${}_R$＝１０[時間]としたとき、装置Ｅの稼働率Ａは、約 $\boxed{（キ）}$ [%]である。また、装置Ｅの平均故障率$\bar{\lambda}$は、 $\boxed{（ク）}$ [%／時間]である。

<(キ)、(ク)の解答群>

① ０．０００１	② ０．０００２	③ ０．０００４	④ ０．００１
⑤ ０．００２	⑥ ０．００４	⑦ ０．０１０	⑧ ０．０２０
⑨ ０．０４０	⑩ ０．９９４	⑪ ０．９９６	⑫ ０．９９８
⑬ ９８．０	⑭ ９９．４	⑮ ９９．６	⑯ ９９．８

解説は次ページ。
類題は平成 12 年度第 2 回 一伝交問 4(2)

(1)　平均故障間動作時間T_Fは、MTBF のことである。信頼度基本式に基づいて計算すると、ユニットの信頼度 R_u は、

$$R_u = e^{-\lambda t} = e^{-\frac{1}{MTBF}t} = e^{-\frac{1}{T_F}t}$$

このユニットが 2 個直列になっているので、装置 E の信頼度 R_E は

$$R_E = {R_u}^2 = e^{-\frac{2}{T_F}t}$$

よって、オの解答は②となる。

また、各ユニットの固有アベイラビリティ A_u を計算すると、

$$A_u = \frac{MTBF}{MTBF + MTTR} = \frac{T_F}{T_F + T_R}$$

そして 2 個直列であるので、両方動作中である確率はこの 2 乗となる。すなわち装置 E のアベイラビリティ A_E は

$$A_E = {A_u}^2 = \left(\frac{T_F}{T_F + T_R}\right)^2 = \frac{T_F^2}{(T_F + T_R)^2}$$

よって、装置 E の不稼働率 W は

$$W = 1 - A_E = 1 - \frac{T_F^2}{(T_F + T_R)^2}$$

となって、カの解答は⑩となる。

(2)　装置 E の稼働率は、先に求めた式を利用し、

$$A_E = \frac{T_F^2}{(T_F + T_R)^2} = \frac{5000^2}{(5000 + 10)^2} = \left(\frac{5000}{5010}\right)^2$$

$$= 0.998^2 = 0.996 \rightarrow 99.6\%$$

よって、キの解答は⑮となる。ここは地道に計算してもよいが、ほぼ1に近い数の分数であるので、

$$\left(\frac{5000}{5010}\right)^2 = \left(\frac{1}{1 + \frac{10}{5000}}\right)^2 = \left(\frac{1}{1 + 0.002}\right)^2 \approx (1 - 0.002)^2 \approx 1^2 - 2 \times 0.002 = 0.996$$

といった近似計算をすると効率的である。

装置 E の平均故障率$\bar{\lambda}$を求めるには、直列系の故障率が加算となることを利用すればよい。

$$\bar{\lambda} = \lambda_u + \lambda_u = 2\lambda_u = \frac{2}{MTBF} = \frac{2}{T_F} = \frac{2}{5000} = \frac{4}{10000} = 4 \times 10^{-4} \rightarrow 4 \times 10^{-2}(\%/H) = 0.04(\%/H)$$

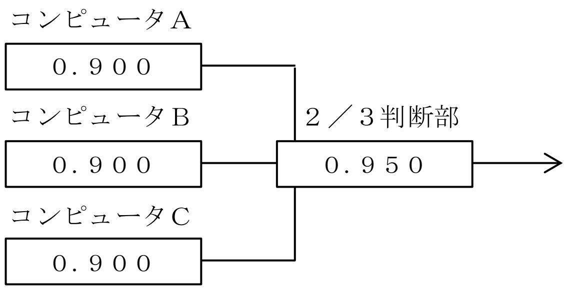
よって、クの解答は⑨となる。

平成 13 年度第 1 回 一伝交問 3(2)

（２）　次の文章は、冗長システムの信頼性などについて述べたものである。$\boxed{}$ 内の（オ）、（カ）に最も適したものを、下記の解答群から選び、その番号を記せ。

（ｉ）　２台のコンピュータを並列冗長したシステムがある。コンピュータの信頼度をそれぞれ０．９００としたとき、このシステムの信頼度は、$\boxed{（オ）}$ となる。ただし、コンピュータのいずれか一方が正常であれば、システムは正常に動作するものとする。

（ii）　コンピュータシステムでは、図に示すような２／３冗長も用いている。コンピュータＡ～コンピュータＣの信頼度をそれぞれ０．９００とし、かつ、２／３判断部の信頼度を０．９５０としたとき、図に示すシステムの信頼度は、約 $\boxed{（カ）}$ である。



＜（オ）、（カ）の解答群＞

① ０．２３	② ０．４５	③ ０．７０	④ ０．７７
⑤ ０．８０	⑥ ０．８１	⑦ ０．８５	⑧ ０．９０
⑨ ０．９２	⑩ ０．９９	⑪ １．００	⑫ １．８０

---

(1)　単純に、1/2 冗長なので、信頼度は

$$\mathrm{R} = 1 - (1 - 0.9)^2 = 1 - (0.1)^2 = 1 - 0.01 = 0.99$$

よって、オの解答は⑩となる。

(2)　A～C全てが稼動している確率 R_0 は、

$$\mathrm{R}_0 = 0.9^3 = 0.729$$

1 台が故障している確率 R_1 は、故障パターンが 3 通り（A 故障,B 故障,C 故障）あるので、

$$\mathrm{R}_1 = 3 \times (0.1 \times 0.9^2) = 0.243$$

これらの合計が A～C の冗長系のみである場合の信頼度となり、

$$\mathrm{R}_2 = 0.729 + 0.243 = 0.972$$

かつ、判断部が直列系としてつながっていると考えられるので、システム全体の信頼度は、

$$\mathrm{R}_{\mathrm{SYS}} = 0.972 \times 0.950 = 0.9234 \approx 0.92$$

よって、カの解答は⑨となる。

平成 12 年度第 2 回 一伝交問 4(2)

（２） 平均故障率λ、平均修復率μのユニットが２個直列に接続された装置Ｅがある。次の文章の $\boxed{\quad}$ 内の(キ)～(ケ)に最も適したものを、下記のそれぞれの解答群から選び、その番号を記せ。ただし、故障間隔及び修復時間は指数分布に従うものとし、かつ、ユニットが２個とも同時に故障したときはそれぞれ独立に修復できるものとする。

（ｉ） 装置Ｅの稼働率Ａは、Ａ＝ $\boxed{（キ）}$ の式で求められる。また、装置Ｅの平均故障間隔は、ＭＴＢＦ＝ $\boxed{（ク）}$ の式で求められる。

〈(キ)、(ク)の解答群〉

① 2λ　② λ^2　③ 2μ　④ μ^2

⑤ $\frac{1}{2\lambda}$　⑥ $\frac{1}{\lambda^2}$　⑦ $\frac{1}{2\mu}$　⑧ $\frac{1}{\mu^2}$

⑨ $\frac{2\lambda}{(\lambda+\mu)}$　⑩ $\frac{\lambda^2}{(\lambda+\mu)^2}$　⑪ $\frac{2\mu}{(\lambda+\mu)}$　⑫ $\frac{\mu^2}{(\lambda+\mu)^2}$

⑬ $1-\frac{2\lambda}{(\lambda+\mu)}$　⑭ $1-\frac{\lambda^2}{(\lambda+\mu)^2}$

⑮ $1-\frac{2\mu}{(\lambda+\mu)}$　⑯ $1-\frac{\mu^2}{(\lambda+\mu)^2}$

（ⅱ） ユニットの平均故障率λ＝０．００００１[件／時間]、平均修復率μ＝０．１００００[件／時間]としたとき、装置Ｅの不稼働率W_Eは約 $\boxed{（ケ）}$ [%]である。

〈(ケ)の解答群〉

① ０．０１	② ０．０２	③ ０．０３	④ ０．０５
⑤ ０．１０	⑥ ０．２０	⑦ ０．３０	⑧ ０．５０
⑨ １．００	⑩ ２．００	⑪ ３．００	⑫ ５．００
⑬ １０．０	⑭ ２０．０	⑮ ３０．０	⑯ ５０．０

類題 平成 13 年度第 2 回 一伝交問 1(2)も参照のこと。

次ページに解説。

(1)　ユニットの稼働率(アベイラビリティ)A_uとすれば、装置 E の稼働率は直列系のため、$A = A_u^2$となる。よって、アベイラビリティの式は

$$A = A_u^2 = \left(\frac{\mathrm{MTBF}}{\mathrm{MTBF} + \mathrm{MTTR}}\right)^2 = \left(\frac{1/\lambda}{1/\lambda + 1/\mu}\right)^2 = \left(\frac{\mu}{\lambda + \mu}\right)^2 = \frac{\mu^2}{(\lambda + \mu)^2}$$

となって、キの解答は⑫が正解になる。

また、直列系システムの故障率は、それぞれのアイテムの故障率の加算であることを利用する。したがって装置 E の故障率は $\lambda + \lambda = 2\lambda$ になる。あとは、MTBF が故障率の逆数である関係を使い

$$\mathrm{MTBF} = \frac{1}{2\lambda}$$

と求められる。よって、クの解答は⑤である。

(2)　(1)の計算結果を利用して不稼働率 W_E を計算すれば、

$$W_E = 1 - A = 1 - A_u^2 = 1 - \frac{\mu^2}{(\lambda + \mu)^2}$$

あとは数値を代入して計算すれば約 0.0002(0.02%)の結果を得ることができて、ケの解答は②となる（厳密に計算した場合 W_E=0.019997[%]となる。）

以下は近似計算をした場合の計算過程である。

$$W_E = 1 - \left(\frac{0.1}{0.00001 + 0.1}\right)^2$$

$$= 1 - \left(\frac{0.1}{0.10001}\right)^2$$

$$= 1 - \left(\frac{1}{1 + 0.0001}\right)^2$$

$$\approx 1 - (1 - 0.0001)^2$$

$$\approx 1 - 1 + 2 \times 0.0001$$

$$= 0.0002 \rightarrow 0.02\%$$

なお、上記の近似計算においては、以下の近似式を利用している。

$$\frac{1}{1 + \alpha} \approx 1 - \alpha \quad (\text{ただし } \alpha \ll 1)$$

$$(1 - \beta)^2 \approx 1 - 2\beta \quad (\text{ただし、} \beta \ll 1)$$

平成 12 年度第 1 回 一伝交問 2(2)

（2） 次の文章は、信頼性に関する事項について述べたものである。$\boxed{\quad}$ 内の(ク)～(コ)に最も適したものを、下記のそれぞれの解答群から選び、その番号を記せ。

（i） フィット(ＦＩＴ)は、故障率の単位の一つである。故障率が１[ＦＩＴ]とは、故障の発生が時間あたり $\boxed{（ク）}$ [件]のことである。したがって、ある部品の１個の平均故障率が１００[ＦＩＴ]である場合、その部品を１００個用いた装置では、約 $\boxed{（ケ）}$ 年間で１件の部品故障が発生する。

〈(ク)、(ケ)の解答群〉

① 1×10^{-10}	② 1×10^{-9}	③ 1×10^{-8}
④ 1×10^{-7}	⑤ 1×10^{-6}	⑥ 1×10^{-5}
⑦ ５	⑧ ７	⑨ ９
⑩ １１	⑪ １３	⑫ １５

（ii） 図２に示すようにコンデンサＡを２個用い、並列に接続した複合コンデンサＣを製作したい。

コンデンサＡの基礎故障率を５００[ＦＩＴ]及び環境調整係数を４．０と見込んで、この複合コンデンサＣが機能する１００，０００時間における予測の信頼度Ｒを求めると約 $\boxed{（コ）}$ となる。ただし、コンデンサＡの故障は偶発するものとし、かつ、コンデンサＡのどちらか一方に故障が発生すると複合コンデンサＣは機能しないものとする。また、$e^{-0.001}=0.999$、$e^{-0.01}=0.990$、$e^{-0.1}=0.905$、$e^{-1}=0.368$、$e^{0.1}=1.105$とし、ｅは自然対数の底とする。

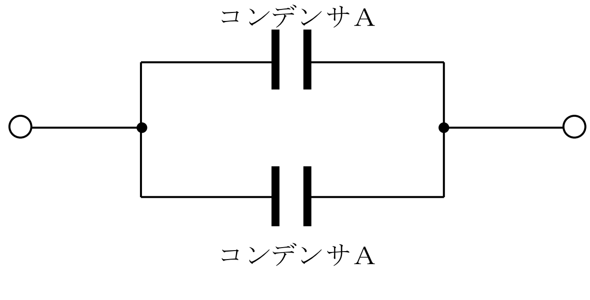


図２　複合コンデンサＣ

〈(コ)の解答群〉

① ０．６０１	② ０．６７１	③ ０．８１９
④ ０．９６７	⑤ ０．９８９	⑥ ０．９９１

(次ページに解説)

(1)　(ク)は知識問題であり、1FIT=10^{-9}であるので、②が解答となる。

100FIT の故障率の部品が 100 個使われているというのは、100 個のうち1個でも故障になれば装置が機能を失うと解釈するのが妥当なため、装置故障率λはそれらの積として

$$\lambda = 100\mathrm{FIT} \times 100 = 1 \times 10^2 \times 10^{-9} \times 10^2 = 1 \times 10^{-5}[件/時間]$$

と計算することができる。

ただし、設問では時間の単位を使うように要求されているので、λの逆数をとる必要がある。言い換えれば MTBF を求めることになり

$$\mathrm{MTBF} = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{1 \times 10^{-5}} = 1 \times 10^5\ [時間/件]$$

の結果を得る。最後に、この時間単位を年単位に変換しなくてはならない。1 年=24 時間×365 日=8760 時間の関係を使って換算すれば、

$$\mathrm{MTBF} = \frac{1 \times 10^5}{8760} = \frac{10000}{8760} = 11.4[年/件]$$

となり、(ケ)の解答はこれに最も近い⑩の11年が正解となる。

(2)　ここでは、基礎故障率および環境調整係数なる謎用語が用いられているが、素直に捉えて、係数は基礎故障率に掛けるべき係数として扱うものと考える。

すると、コンデンサ A の故障率λ_Aは、

$$\lambda_A = 500 \times 10^{-9} \times 4 = 2 \times 10^{-6}\ [件/時間]$$

と算出できる。また、コンデンサ A 単体の、100,000 時間後における信頼度は、

$$\begin{aligned} R = e^{-\lambda t} &= \exp(-2 \times 10^{-6} \times 10^5) \\ &= e^{-0.2} \\ &= (e^{-0.1})^2 \\ &= 0.905^2 \\ &= 0.819 \end{aligned}$$

なお、本問ではコンデンサ A を物理的に並列接続しているだけで、冗長構成ではない。信頼性の観点からは、**直列系システムの**構成であることに注意を要する。

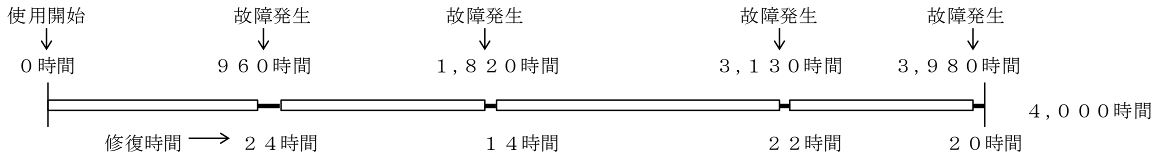
よって、複合コンデンサ C の信頼度R_Cは、直列冗長系として、

$$\begin{aligned} R_C &= R_A^2 \\ &= 0.819^2 \\ &= 0.671 \end{aligned}$$

が求めるべき結果である。ゆえに、(コ)の解答は②の 0.671 が正解となる。

平成 11 年度第 2 回 一伝交問 2(2)

（2）　図は、ある通信装置Ａの使用開始から４，０００時間までの経過を示したものである。なお、故障は偶発したものであり、故障の修復完了後は直ちに使用した。次の文章の $\boxed{\quad}$ 内の(キ)～(コ)に最も適したものを、下記のそれぞれの解答群から選び、その番号を記せ。



（ｉ）　通信装置Ａの平均故障率は、約 $\boxed{\text{（キ）}}$ [%時間]である。

（ii）　通信装置ＡのＭＴＢＦは、 $\boxed{\text{（ク）}}$ [時間]である。

〈(キ)、(ク)の解答群〉

① １，０００	② ９８１	③ ９８０
④ ９７９	⑤ ２４５	⑥ ９８．０
⑦ ５０．０	⑧ ２０．０	⑨ ９．８０
⑩ ５．００	⑪ ０．５０	⑫ ０．１０２
⑬ ０．１００	⑭ ０．００１０２	⑮ ０．００１００

（iii）　通信装置Ａのアベイラビリティは $\boxed{\text{（ケ）}}$ で求めることができ、その値は $\boxed{\text{（コ）}}$ [%]である。

〈(ケ)、(コ)の解答群〉

① １０２．０	② ９８．０	③ ５０．０
④ ９．８０	⑤ ５．００	⑥ ２．００
⑦ １．０２０	⑧ ０．９８０	⑨ ０．１０２
⑩ $\dfrac{\mathrm{MTBF}+\mathrm{MTTR}}{\mathrm{MTBF}}$	⑪ $\dfrac{\mathrm{MTBF}+\mathrm{MTTR}}{\mathrm{MTTR}}$	⑫ $\dfrac{1}{\mathrm{MTBF}}$
⑬ $\dfrac{\mathrm{MTTR}}{\mathrm{MTBF}+\mathrm{MTTR}}$	⑭ $\dfrac{\mathrm{MTBF}}{\mathrm{MTBF}+\mathrm{MTTR}}$	⑮ $\dfrac{1}{\mathrm{MTTR}}$

(解説は次ページ)

(1)　平均故障率λの定義は、総故障件数÷総稼動時間である。ここで各統計値を計算しておくと、

- 総故障件数　:4 件
- 総修復時間　：24+14+22+20=80 時間
- 総稼働時間　：4000-80=3920 時間

となり、平均故障率λは

$$\lambda = \frac{総故障件数}{総稼働時間} = \frac{4}{3920} = 0.00102 \to 0.102[\%/時間]$$

と求められ、キの解答は⑫となる。

また、MTBF は単純にこの逆数であり、

$$\mathrm{MTBF} = \frac{3920}{4} = 980[時間/件]$$

の結果から、クの解答は③となる。

(2)　最初は知識問題であり、装置の固有アベイラビリティ A は、定義そのものから、

$$\mathrm{A} = \frac{\mathrm{MTBF}}{\mathrm{MTBF} + \mathrm{MTTR}}$$

となるので、ケの解答は⑭である。

ただし実際に数値計算をするには、MTTR を先に求めなければならない。MTTR は定義から計算でき、

$$\mathrm{MTTR} = \frac{総修復時間}{総故障件数} = \frac{80}{4} = 20[時間/件]$$

よって、アベイラビリティ A は

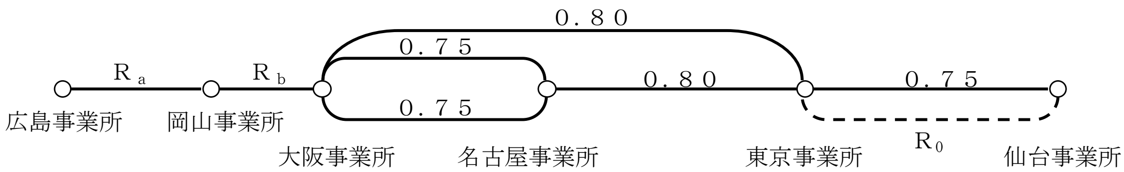
$$\mathrm{A} = \frac{980}{980 + 20} = \frac{980}{1000} = 0.980 \to 98.0[\%]$$

となって、コの解答は②である。

平成 11 年度第 1 回 一伝交問 2(2)

（２）　図に示すような伝送路で構成される通信ネットワークがある。図中の各区間の記号及び数値はその区間の信頼度を示し、各事業所の所内設備の故障はないものとし、かつ、各事業所間の故障は独立に発生するものとする。なお、大阪事業所と東京事業所間は、直通ルートのほか名古屋事業所経由のう回ルートを有するものとする。

次の文章の $\boxed{}$ 内の(カ)～(ケ)に最も適したものを、下記のそれぞれの解答群から選び、その番号を記せ。なお、(キ)～(ケ)の数値は、有効数字２けたとする。



（ⅰ）　広島事業所と大阪事業所間のネットワークの信頼度R_1は、 $\boxed{（カ）}$ である。

〈(カ)の解答群〉

① $R_a \times R_b$	② $R_a + R_b$	③ $(1-R_a)\times(1-R_b)$
④ $1-(R_a \times R_b)$	⑤ $1-(R_a+R_b)$	⑥ $1-(1-R_a)\times(1-R_b)$
⑦ $\dfrac{1}{R_a\times R_b}$	⑧ $\dfrac{1}{R_a+R_b}$	⑨ $\dfrac{1}{(1-R_a)\times(1-R_b)}$

（ⅱ）　大阪事業所と東京事業所間のネットワークの信頼度R_2は、 $\boxed{（キ）}$ である。

（ⅲ）　東京事業所と仙台事業所間のネットワークの信頼度を０．９０以上とするため、図中の点線の伝送路を増設する場合、増設する伝送路の信頼度R_0は、 $\boxed{（ク）}$ 以上にしなければならない。

（ⅳ）広島事業所と仙台事業所間で通信路が確保される確率は、 $\boxed{（ケ）}$ 以上である。ただし、$R_a = R_b =$ ０．９０とし、東京事業所と仙台事業所間の伝送路は(ⅲ)の伝送路が増設された後の状態とする。

〈(ケ)の解答群〉

① ５．５×１０$^{-1}$	② ６．０×１０$^{-1}$	③ ６．５×１０$^{-1}$
④ ６．９×１０$^{-1}$	⑤ ７．０×１０$^{-1}$	⑥ ７．５×１０$^{-1}$
⑦ ８．０×１０$^{-1}$	⑧ ８．１×１０$^{-1}$	⑨ ８．５×１０$^{-1}$
⑩ ９．０×１０$^{-1}$	⑪ ９．５×１０$^{-1}$	⑫ ９．９×１０$^{-1}$

(解説は次ページ)

(1)　広島～大阪間は迂回路なしの単純な直列系の伝送ネットワークなので、$R_1 = R_a \times R_b$である。よって、カの解答は①。

(2)　大阪～東京は、直列並列が混じっているため、地道に計算するしかない。

まずはじめに、大阪～名古屋の区間信頼度を計算してみると、

$$1-(1-0.75)^2 = 1-0.25^2 = 1-0.0625 = 0.9375$$

次に、大阪～東京間の南側経路の信頼度を求めると、

$$0.9375 \times 0.8 = 0.75$$

最後に、東京～大阪間の全経路の信頼度 R_2を求めると、大阪～東京直結路の信頼度が 0.80 であるので、

$$\begin{aligned} R_2 &= 1-(1-0.75)(1-0.80) \\ &= 1-0.25 \times 0.20 \\ &= 0.95 \rightarrow 9.5 \times 10^{-1} \end{aligned}$$

よって、キの解答は⑪となる。

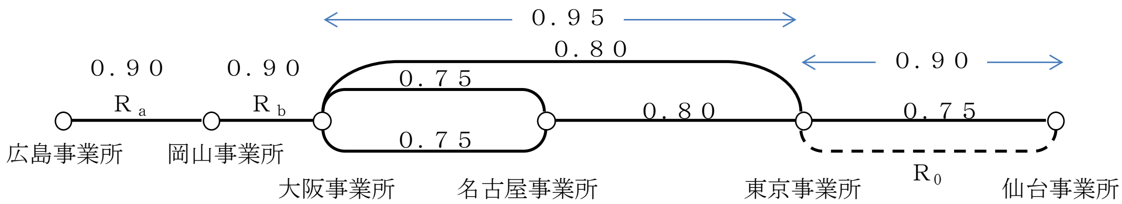
(3)　並列系冗長なので、不信頼度で考えた方が早い。

東京～仙台間の既設線路の不信頼度は 1-0.75=0.25、目標とする不信頼度の限度は 1-0.9=0.1 となる。ここで、増設線路の不信頼度を x とおけば、単純な積の関係になって

$$0.25x = 0.1 \quad \therefore x = 0.4$$

すなわち、増設線路の信頼度は$1-0.4=0.6$以上なくては目標を達成できないことが分かる。よって、クの解答は②となる。

(4)　以下のように、区間ごとの信頼度を整理すると分かりやすい。



- 広島～岡山　:0.90
- 岡山～大阪　:0.90
- 大阪～東京　:0.95 ((2)で計算済み)
- 東京～仙台　:0.90 (設問要求)

これらの積が広島～仙台間の総合信頼度となる。結果は、

$$R = 0.9 \times 0.9 \times 0.95 \times 0.9 = 0.69255 \approx 6.9 \times 10^{-1}$$

となって、コの解答は④となる。

平成 10 年度第 2 回 一伝交問 4(2)

（2）　次の文章は、信頼性に関して述べたものである。$\boxed{\quad}$ 内の(ク)、(ケ)に最も適したものを、下記のそれぞれの解答群から選び、その番号を記せ。

（ｉ）　信頼度Ｒ(t)と故障率λ(t)との関係は、次式で表される。 ただし、expχはｅ$^{\chi}$を表し、ｅは自然対数の底とする。

$$R(t) = \exp\left(-\int_0^t \lambda(t)dt\right)$$

なお、故障率λ(t)がほぼ一定の値λとみなされる期間 ｔ では、上式は $\boxed{（ク）}$ となる。

<（ク）の解答群>

① $R(t) = -\lambda \exp(-t)$　　② $R(t) = -\exp\left(1 - \frac{1}{\lambda t}\right)$

③ $R(t) = \exp\ (-\lambda t)$　　④ $R(t) = \lambda t$

⑤ $R(t) = \frac{1}{\lambda t} - 1$

（ⅱ）　故障率がほぼ一定とみなされる期間の装置Ａの故障率λが５０，０００［ＦＩＴ］の場合、０．９以上の信頼度Ｒを維持する動作時間の最大値は、 $\boxed{（ケ）}$ 時間である。ただし、*log*ₑ２＝０．６９３、*log*ₑ３＝１．０９９、*log*ₑ５＝１．６０９とし、ｅは自然対数の底とする。

<（ケ）の解答群>

① ２０,８００	② ２０,０００	③ 約１８,１００
④ １８,１００	⑤ １０,５２６	⑥ ２,０８０
⑦ ２,０００	⑧ 約１,８１０	⑨ １,８００
⑩ 約１,０５３	⑪ ２０８	⑫ ２００
⑬ 約１８１	⑭ １８０	⑮ 約１０５
⑯ １０		

解説は次ページ

(1)　基本式を問う問題。故障率がλ一定という前提なので定数の積分になり、見慣れた形になる。

$$R(t) = \exp\left(-\int_0^t \lambda(t)dt\right) = \exp(-\lambda t)$$

よって、クの解答は③。

(2)　故障率λをFIT単位(10^{-9})から換算すると、$\lambda = 5 \times 10^4 \times 10^{-9} = 5 \times 10^{-5}$。あとは(1)式の変形により、

$$t = -\frac{1}{\lambda}\log_e R = -\frac{\log_e 0.9}{5 \times 10^{-5}}$$

ここで、$\log_e 0.9$ をどのように算出するかが問題となる。log2、log3、log5 の3つの数値から求めなくてならず工夫をする必要がある。そこで、0.9 を 2,3,5 の数字だけで表現できるように変換を試みると、

$$\log_e 0.9 = \log_e \frac{9}{10} = \log_e\left(\frac{3^2}{5 \times 2}\right)$$

あとは、この式を対数の加減算に直し、

$$\begin{aligned}\log_e\left(\frac{3^2}{5 \times 2}\right) &= \log_e 3^2 - \log_e 5 - \log_e 2 \\ &= 2 \times \log_e 3 - \log_e 5 - \log_e 2 \\ &= 2 \times 1.099 - 1.609 - 0.693 \\ &= -0.104\end{aligned}$$

この結果を先の式に代入すれば答えが求まり、

$$t = -\frac{-0.104}{5 \times 10^{-5}} = \frac{10.4 \times 10^{-2}}{5 \times 10^{-5}} = 2.08 \times 10^3 = 2080[\text{時間}]$$

の結果が得られる。よって、ケの解答は⑥となる。

平成 10 年度第 1 回 一伝交問 4(1)

（２）　次の文章は、部品Ａ及び部品Ｂの２つで構成される直列系の信頼性について述べたものである。
$\boxed{}$ 内の(ア)～(オ)に最も適したものを、下記のそれぞれの解答群から選び、その番号を記せ。

（ｉ）　部品Ａ及び部品Ｂの不信頼度をそれぞれF_a及びF_bとした場合、系としての不信頼度F_tは、$\boxed{(ア)}$ で求められる。なお、F_a及びF_bが１より極めて小さい値であるときには、F_tは、$\boxed{(イ)}$ で近似することができる。ただし、不信頼度は、(１－信頼度)とする。

〈(ア)、(イ)の解答群〉

① $F_a \times F_b$	② $F_a + F_b$	③ $(1-F_a)\times(1-F_b)$
④ $1-(F_a \times F_b)$	⑤ $1-(F_a + F_b)$	⑥ $1-(1-F_a)\times(1-F_b)$
⑦ $\dfrac{1}{F_a \times F_b}$	⑧ $\dfrac{1}{F_a + F_b}$	⑨ $\dfrac{1}{(1-F_a)\times(1-F_b)}$

（ⅱ）　ここで、$F_a = 5.0\times10^{-4}$及び$F_b = 2.0\times10^{-3}$とした場合、系としての不信頼度F_tは、$\boxed{(ウ)}$ で近似できる。

〈(ウ)の解答群〉

① 1.0×10^{-6}	② 2.5×10^{-4}	③ 7.0×10^{-4}
④ 2.5×10^{-3}	⑤ ０．９９７５	⑥ ０．９９７５０１
⑦ 8.0×10^{-1}	⑧ 8.1×10^{-1}	⑨ 8.5×10^{-1}
⑩ ０．９９９９９９	⑪ 4.0×10^{2}	⑫ 1.0×10^{5}

（ⅲ）　また、部品Ａ及び部品Ｂの故障率をそれぞれλ_a及びλ_bとした場合、系としての故障率は、$\boxed{(エ)}$ で求められ、ＭＴＴＦは、$\boxed{(オ)}$ で求められる。

〈(エ)、(オ)の解答群〉

① $\lambda_a \times \lambda_b$	② $\lambda_a + \lambda_b$	③ $(1-\lambda_a)\times(1-\lambda_b)$
④ $1-(\lambda_a \times \lambda_b)$	⑤ $1-(\lambda_a + \lambda_b)$	⑥ $1-(1-\lambda_a)\times(1-\lambda_b)$
⑦ $\dfrac{1}{\lambda_a \times \lambda_b}$	⑧ $\dfrac{1}{\lambda_a + \lambda_b}$	⑨ $\dfrac{1}{(1-\lambda_a)\times(1-\lambda_b)}$

解説は次ページ

(1)　直列系の信頼度の計算であるが、不信頼度で表現することで多少ややこしくなる。まずは素直に信頼度で計算をすると、各部品の信頼度を R_a、R_b として

$$R_t = R_a \cdot R_b$$

と表現できる。これを元に、各数値を不信頼度に換算していけば、

$$F_t = 1 - R_t = 1 - R_a \cdot R_b = 1 - (1 - F_a)(1 - F_b)$$

であるので、アの解答は⑥である。

次に F_a,F_b が 1 より極めて小さい場合の近似式を出すには、式を 2 項展開したあとに、2 次の項($F_a \times F_b$)を無視すればよい。

$$\begin{aligned} F_t &= 1 - [1 - F_a - F_b + F_aF_b] \\ &\approx F_a + F_b \end{aligned}$$

よって、イの解答は②が妥当である。

(2)　先に導いた近似式に値を代入するだけでよい。

$$\begin{aligned} F_t = F_a + F_b &= 5 \times 10^{-4} + 2 \times 10^{-3} \\ &= 0.5 \times 10^{-3} + 2 \times 10^{-3} \\ &= 2.5 \times 10^{-3} \end{aligned}$$

よって、ウの解答は④となる。

(3)　直列系の故障率は和となるので、単純に $\lambda = \lambda_a + \lambda_b$ としてよい。エの解答は②である。

MTTF は、MTBF と同義で捉えてよく非修理系である意味合いで表現されている。ここでは、

$$\mathrm{MTTF} = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{\lambda_a + \lambda_b}$$

とすればよく、解答は⑧となる。

平成 09 年度第 2 回 一伝交問 4(2)

（２）　複数台の装置Ａを用いたシステムの保全データから表１及び表２の結果が得られた。表１は、６台（装置記号ａ～ｆ）の装置Ａの修復時間を示したものである。また、表２は、装置Ａに使用されていた同一機能の部品Ｐで故障の直接原因となった５個（部品記号ｐ～ｔ）の部品の動作開始から故障までの動作時間を示したものである。次の問いに算出過程を示して答えよ。ただし、答えは、有効数字２けたとする。

表１　装置Ａの修復時間

装置記号	修復時間(時間)
a	6
b	4
c	7
d	6
e	１３
f	9

表２　部品Ｐの故障までの動作時間

部品記号	故障までの動作時間(時間)
p	１２,０００
q	２３,０００
r	１７,０００
s	８,０００
t	２８,０００

（ｉ）　装置Ａの修復着手後５時間における保全度Ｍを求めよ。

（ⅱ）　装置Ａの修復着手後１０時間における修復率 μ を求めよ。

（ⅲ）　部品Ｐの動作開始後２０，０００時間における信頼度Ｒを求めよ。

（ⅳ）　部品Ｐの動作開始後１０，０００時間における平均故障率 λ を求めよ。

---

(1)　保全度 M は、N 件の総保全件数で、時刻 t において保全が完了し、作動しているアイテム数を n(t)とするとき、$M(t) = \mathrm{n}(t)/N$で表される関数で、本問の場合は5時間以内に保全（修理）が完了している数 n を数え上げればよい。なお、保全度は無単位の量である。

$$\mathrm{M} = 1/6 = 0.1666\cdots \approx 0.17$$

(2)　修復率 μ の定義は、保全開始から時刻 t が経過した後の$\mu =$ 保全完了件数/総修復時間であるので、装置eを除いた台数を、修復完了に要している総時間（装置eを含む）で割ればよい。

$$\mu = \frac{5}{6+4+7+6+10+9} = \frac{5}{42} = 0.1190\cdots \approx 0.12\ [件/時間]$$

(3)　信頼度 R は、時刻 t において動作している部品 P の数量なので、

$$\mathrm{R} = 2/5 = 0.60$$

(4)　平均故障率 λ は、時刻 t における故障件数/総動作時間である。10,000 時間経過後に部品 s だけが故障しているので故障件数は1件、総動作時間は、5 個×10,000 時間となり、

$$\lambda = \frac{1}{5 \times 10{,}000} = 2.0 \times 10^{-5}\ [件/時間]$$

平成 09 年度第 1 回 一伝交問 4(2)

（２）　信頼度がＲである装置Ｅを組み合わせたシステムについて、次の問いに算出過程を示して答えよ。

（ｉ）　図１に示すように装置Ｅを接続したシステムの信頼度R_1を、Ｒを用いて求めよ。

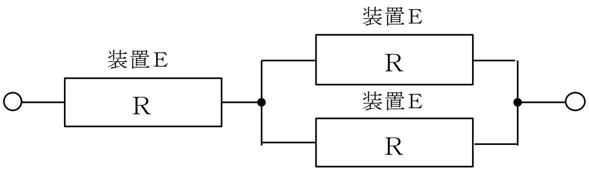


図１

（ⅱ）　図２に示すように装置Ｅを接続したシステムの信頼度R_2を、Ｒを用いて求めよ。

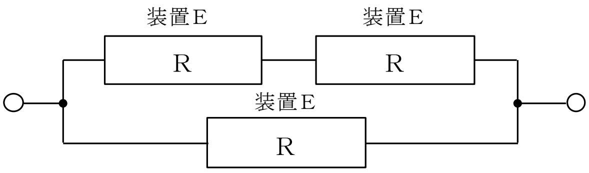


図２

（ⅲ）　装置Ｅの故障率λを２０，０００［ＦＩＴ］とするとき、装置Ｅの稼動１０，０００時間の信頼度Ｒの値を求めよ。ただし、$e^{-1.0}=0.368$、$e^{-0.1}=0.905$、$e^{-0.01}=0.990$とし、答えは、有効数字２けたとする。なお、ｅは、自然対数の底とする。

---

(1)　基本問題である。並列接続部の信頼度 R_p は

$$R_p = 1-(1-R)^2$$

システム全体の信頼度 R_t は、これに R を掛ければよいので、

$$R_t = R(1-(1-R)^2) = R - R(1-2R+R^2) = R - R + 2R^2 - R^3 = 2R^2 - R^3 = R^2(2-R)$$

(2)　これも基本問題である。直列系の信頼度 Rs は単純に掛け算で R^2 となり、これと並列にされた装置との信頼度 R_t は

$$R_t = 1-(1-R^2)(1-R) = 1-(1-R-R^2+R^3) = R + R^2 - R^3 = R(1+R-R^2)$$

(3)　装置 E 単体で考える設問。まず最初に故障率λを FIT 単位から換算する。

$$\lambda = 2\times10^4\times10^{-9} = 2\times10^{-5}\ [件/時間]$$

あとは、信頼度基本式に数値を代入し、

$$R = e^{-\lambda t} = e^{-2\times10^{-5}\times10^4} = e^{-0.2}$$

ここで、与えられた数値で計算するために工夫をして、

$$R = e^{-0.2} = (e^{-0.1})^2 = 0.905^2 = 0.8190 \approx 0.82$$

平成 08 年度第 2 回 一伝交問 4(2)

（２）　次の表は、装置Ａのある期間内の動作状況等を調べたものである。次の問いに算出過程を示して答えよ。ただし、答えは、有効数字２けたとする。

総動作時間　[時間]	２，０００
総故障数　　[件]	２０
総修復時間　[時間]	２００

（注）発生した故障は、すべて修復済み。

（ｉ）　装置ＡのＭＴＢＦを求めよ。

（ii）　装置Ａの修復率 μ を求めよ。

（iii）　装置Ａのアベイラビリティを求めよ。

（iv）　装置Ａの修復着手後１０時間の保全度Ｍを求めよ。

ただし、指数関数の値は、$e^{-1.0}=0.368$、$e^{-0.1}=0.905$、$e^{-0.01}=0.990$ とする。なお、ｅは自然対数の底である。

---

(1)　MTBF の定義より求める。

$$\mathrm{MTBF} = \frac{総動作時間}{総故障数} = \frac{2000}{20} = 100\ [時間/件]$$

(2)　修復率の定義より直接求めればよい。また、MTTR を求めてその逆数をとっても同じである。

$$\mu = \frac{総故障数}{総修復時間} = \frac{20}{200} = 0.1\ [件/時間]$$

(3)　本来の定義から求めるならば、

$$A = \frac{動作可能時間}{全時間} = \frac{2000}{2000+200} = \frac{2000}{2200} \approx 0.91$$

または、固有アベイラビリティとして考えて、(1)(2)で求めた値を用いて、

$$A = \frac{\mathrm{MTBF}}{\mathrm{MTBF}+\mathrm{MTTR}} = \frac{100}{100+1/0.1} = \frac{100}{110} = 0.90909 \approx 0.91$$

としてもよい。

(4)　保全度関数の定義式から求める。

$$\begin{aligned} M &= 1 - e^{-\mu t} \\ &= 1 - e^{-0.1\times 10} = 1 - e^{-1} = 1 - 0.368 = 0.632 \\ &\approx 0.63 \end{aligned}$$

平成 08 年度第 1 回 一伝交問 4(2)

（２）　図１および図２は、要素並列冗長（装置予備）方式及び系並列冗長（システム予備）方式のシステム構成例を示したものである。次の問いに算出過程を示して答えよ。なお、装置Ａ及び装置Ｂの信頼度はR_A及びR_Bとする。

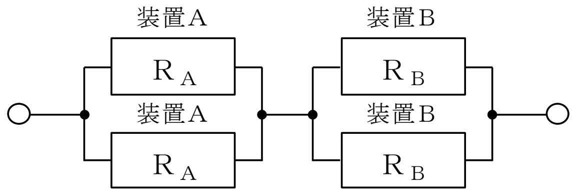


図１　装置予備方式

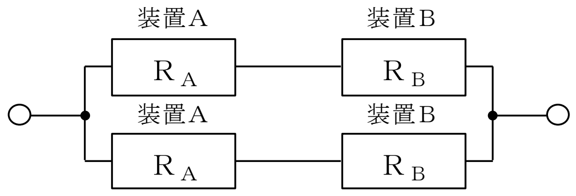


図２　システム予備方式

（ｉ）　図１のシステム全体の信頼度R_EをR_A及びR_Bで示せ。

（ⅱ）　図２のシステム全体の信頼度R_SをR_A及びR_Bで示せ。

（ⅲ）　図１の方式の信頼度R_Eと図２の方式の信頼度R_Sとの差を示し、どちらが大きいか答えよ。

（ⅳ）　装置Ａの故障データを調べたところ、故障率は０．０００２０[件／時間]であった。装置Ａの２，０００時間の信頼度R_2を求めよ。ただし、答えは、有効数字２けたとして、指数関数の値は、$e^{-0.020}$＝０．９８０、$e^{-0.040}$＝０．９６１、$e^{-0.20}$＝０．８１９、$e^{-0.40}$＝０．６７０とする。なお、ｅは自然対数の底である。

（解説は次ページ）

(1)　装置 A で構成される信頼度を、R_{E1}とすると、

$$R_{E1} = 1 - (1 - R_A)^2 = 1 - (1 - 2R_A + R_A^2) = R_A(2 - R_A)$$

。同様に、装置 B 側の信頼度 R_{E2}は、

$$R_{E2} = R_B(2 - R_B)$$

と計算できる。これらの積が信頼度 R_Eとなるので、

$$R_E = R_A R_B(2 - R_A)(2 - R_B)$$

(2)　装置 A と B が直列となった系の信頼度を R_{S1}とすれば、

$$R_{S1} = R_A R_B$$

この系が2つが並列になった信頼度 R_Sは前問の結果を利用して、

$$R_S = R_{S1}(2 - R_S) = R_A R_B(2 - R_A R_B)$$

(3)　R_Eと R_Sの差を取り、比較すればよい。ここで、R_Eから R_Sを引いた値を Δ とすると、

$$\Delta = R_E - R_S = R_A R_B(2 - R_A)(2 - R_B) - R_A R_B(2 - R_A R_B)$$

共通項$R_A R_B$があるので、約して

$$\begin{aligned}\Delta' &= (2 - R_A)(2 - R_B) - (2 - R_A R_B)\\ &= 4 - 2R_A - 2R_B + R_A R_B - 2 + R_A R_B\\ &= 2 + 2R_A R_B - 2R_A - 2R_B\end{aligned}$$

さらに全体を2で割り、

$$\begin{aligned}\Delta'' &= 1 + R_A R_B - R_A - R_B\\ &= (1 - R_A)(1 - R_B)\end{aligned}$$

R_Aおよび R_Bは共に、0 以上 1 以下の実数であるので、2つの項はいずれも正の値をとる。すなわち、常に$R_E - R_S \geq 0$であって、信頼度が高いのは図1の構成である。

(4)　故障率 λ が与えられているので、信頼度基本式に代入すればよい。

$$R = e^{-\lambda t} = \exp(-0.0002 \times 2000) = \exp(-0.4) = 0.67$$

平成 07 年度第 2 回 一伝交問 4(2)

（２）　装置Ａの偶発故障データを調べたところ、表の結果を得た。最後に発生した故障の修理完了時が調査期間の終わりである。次の問いに算出過程を示して答えよ。ただし、答えは、有効数字２けたとする。

総動作時間	１０，０００時間
総 故 障 数	２件
総修復時間	１０時間

（ｉ）　装置Ａの故障率λを求めよ。

（ⅱ）　装置ＡのＭＴＴＲを求めよ。

（ⅲ）　装置Ａの修復率μを求めよ。

（ⅳ）　装置Ａの１，０００時間の信頼度Ｒを求めよ。ただし、指数関数の値は、$e^{-0.002}$＝０．９９８、$e^{-0.02}$＝０．９８０、$e^{-0.2}$＝０．８１９、$e^{-2.0}$＝０．１３５とする。なお、ｅは自然対数の底である。

---

(1)　故障率は定義より求める。

$$\lambda = \frac{総故障数}{総動作時間} = \frac{2}{10000} = 2.0 \times 10^{-4} \quad [件/時間]$$

(2)　MTTR の定義より求める。

$$\mathrm{MTTR} = \frac{総修復時間}{故障件数} = \frac{10}{2} = 5.0 \quad [時間/件]$$

(3)　修復率の定義より求める。単純には、(2)の逆数を取ればよい。

$$\mu = \frac{総故障数}{総修復時間} = \frac{1}{5} = 0.20 \quad [件/時間]$$

(4)　信頼度基本式に代入すればよい。

$$R = e^{-\lambda t} = \exp(-2 \times 10^{-4} \times 1000) = e^{-0.2} = 0.819 \approx 0.82$$

平成 07 年度第 1 回 一伝交問 4(2)

（２） 偶発故障をする装置Ａがある。この装置Ａは、５つの基板から成り、１つの基板は１，０００個の部品から構成されている。１個の部品の単位時間（１時間）当たりの故障率は、１．０×１０$^{-6}$であり、故障したときの装置Ａの修復時間は２時間である。

次の問いに算出過程を示して答えよ。ただし、答えは、有効数字２けたとする。なお、装置Ａは１個でも部品が故障すれば動作しないものとし、部品以外の故障はないものとする。

（ｉ） 装置Ａの故障率λを求めよ。

（ii） 装置ＡのＭＴＢＦを求めよ。

（iii） 装置Ａの不稼働率Ｗを求めよ。

(1) 装置 A は、たった 1 個の部品故障で機能を失う前提であるので、全ての部品が直列に接続された信頼性モデルを考える。

総部品数は、5 基板×1000 部品＝5000 部品であり、直列系の故障率は各々の故障率の和となるので、1 個の部品の故障率に総部品数をかければよい。

$$\lambda = 1 \times 10^{-6} \times 5 \times 10^{3} = 5.0 \times 10^{-3}\ \text{[件/時間]}$$

(2) MTBF は故障率λの逆数として考えればよいので、

$$\mathrm{MTBF} = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{5 \times 10^{-3}} = 0.2 \times 10^{3} = 200\ \text{[時間/件]}$$

(3) 不稼働率 W は、アベイラビリティ A との間に W=1-A の関係がある。出題の修復時間を MTTR そのものとみなすと、

$$\mathrm{W} = 1 - \mathrm{A} = 1 - \frac{\mathrm{MTBF}}{\mathrm{MTBF} + \mathrm{MTTR}}$$

$$= 1 - \frac{200}{200 + 2}$$

$$= \frac{202 - 200}{202} = \frac{2}{202} = \frac{1}{101} = \frac{1}{100(1 + 0.01)}$$

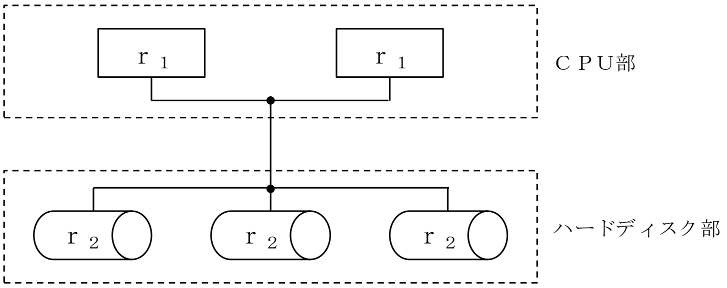
$$\approx 0.01 \times (1 - 0.01)$$

$$= 0.0099$$

設問には回答単位が書かれていないため、0.0099 か 0.99%のいずれかとなる。

平成 06 年度第 2 回 一伝交問 4(2)

（２）　図に示すＣＰＵ部とハードディスク部とで構成されるコンピュータシステムの信頼度について、次の問いに算出過程を示して答えよ。ただし、答えは、四捨五入により小数第２位までとする。



（ｉ）　ＣＰＵ部は、２枚のＣＰＵ基板の並列冗長系により構成されている。ＣＰＵ基板１枚の信頼度ｒ$_1$が０．９０であるとき、ＣＰＵ部の信頼度Ｒ$_1$を求めよ。ただし、ＣＰＵ基板以外の故障はないものとする。

（ⅱ）　ハードディスク部、３台のハードディスクユニットから構成され、２／３冗長系（３台のうち２台が正常であれば系として正常に動作する。）として構成・運用されている。各ハードディスクユニットの信頼度ｒ２が０．８０であるとき、ハードディスク部としての信頼度Ｒ$_2$を求めよ。ただし、ハードディスクユニット以外の故障はないものとする。

（ⅲ）　このコンピュータシステムの信頼度Ｒ$_3$を求めよ。ただし、ＣＰＵ部及びハードディスク部以外の故障はないものとする。

---

(1)　並列冗長系の基本計算でよい。

$$R_1 = 1 - (1 - 0.90)^2 = 1 - 0.1^2 = 1 - 0.01 = 0.99$$

(2)　2/3 冗長系であるので単純には計算できない。

まず、ある特定の 1 台の HDD 故障が生じる場合の確率は、$0.20 \times 0.80 \times 0.80 = 0.128$であり、かつ、故障パターンは3つあるため、3 台中1台が故障する確率は$0.128 \times 3 = 0.384$となる。

次に、3 台とも正常の確率を計算すると、$0.80^3 = 0.512$。

これらの合計値、$0.384 + 0.512 = 0.896$が HDD 部の信頼度となる。最後に設問の要求どおりに数値を丸めて、R_2=0.90。

(別解) 直接公式を計算し、$R = 3\,R_0{}^2 - 2R_0{}^3 = 3 \times 0.80^2 - 2 \times 0.8^3 = 1.92 - 1.024 = 0.896$

(3)　前2問の結果を使い、直列系モデルとして積をとればよい。

$$R_3 = 0.99 \times 0.9 = 0.891 \approx 0.89$$

平成 06 年度第 1 回 一伝交問 4(2)

（２）　ある装置Ａの保全データは、表のとおりである。この装置Ａの信頼性について、次の問いに算出過程を示して答えよ。ただし、答えは有効数字２けたとする。

総動作時間	１９２時間
総 故 障 数	３件
総修復時間	５.０時間

(注) 最後の故障の修復完了までのデータである。

（ｉ）　装置Ａの平均故障率λを求めよ。

（ⅱ）　装置ＡのＭＴＢＦを求めよ。

（ⅲ）　装置ＡのＭＴＴＲを求めよ。

（ⅳ）　装置Ａのアベイラビリティを求めよ。

---

(1)　平均故障率は定義より求める。

$$\lambda = \frac{\text{総故障数}}{\text{総動作時間}} = \frac{3}{192} = 0.015625 \approx 1.6 \times 10^{-2} \quad [\text{件/時間}]$$

(2)　MTBF を定義から求めると、

$$\mathrm{MTBF} = \frac{\text{総動作時間}}{\text{総故障数}} = \frac{192}{3} = 64 \quad [\text{時間/件}]$$

なお、偶発期であるなどの条件を満たせば、1/λとして求められるが結果は変わらない。

(3)　MTTR の定義より求める。

$$\mathrm{MTTR} = \frac{\text{総修復時間}}{\text{故障件数}} = \frac{5}{3} = 1.66 \approx 1.7 \quad [\text{時間/件}]$$

(4)　これまで MTBF/MTTR を計算してきているので、単純に固有アベイラビリティとして考える。(2),(3)で求めた値を用いて、

$$A = \frac{\mathrm{MTBF}}{\mathrm{MTBF} + \mathrm{MTTR}} = \frac{64}{64 + 1.7} = 0.974 \approx 0.97$$

その他、アベイラビリティの定義から考えても、

$$A = \frac{\text{動作可能時間}}{\text{全時間}} = \frac{192}{192 + 5} = \frac{192}{197} \approx 0.97$$

と、同じ解答が得られる。

平成 05 年度第 2 回 一伝交問 3(2)

（２）　同一の素子を複数個用いて構成する回路の信頼度について、次の問いに算出過程を説明して答えよ。ただし、全ての素子の信頼度はＲとし、素子以外の故障はないものとする。

（ｉ）　図１の回路の信頼度R_1を、Ｒを用いて示せ。ただし、すべての素子が正常な場合のみ。回路として正常な動作をするものとする。

（ⅱ）　図２の回路の信頼度R_2を、Ｒを用いて示せ。　ただし、いずれか１つの素子が正常であれば、回路として正常な動作をするものとする。

（ⅲ）　図３の回路の信頼度R_3を、Ｒを用いて示せ。ただし、直列部分については、両素子とも正常な場合のみ動作をし、並列部分については、いずれかの経路１つが正常であれば、回路として正常に動作をするものとする。

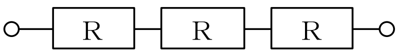


図１

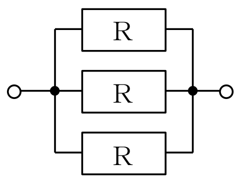


図２

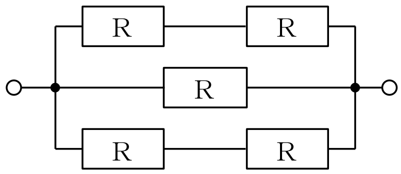


図３

---

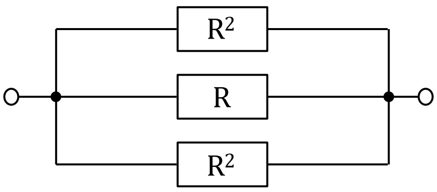
(1)　単純な直列系のため、

$$R_1 = R^3$$

(2)　単純な並列系のため、

$$R_2 = 1 - (1 - R)^3$$

(3)　それぞれ経路の信頼度を求めると､以下のような図に整理できる。



これは 1/n 冗長系であるので、

$$R_3 = 1 - (1 - R)(1 - R^2)^2$$

平成 05 年度第 1 回 一伝交問 4(2)

（２）　ｎ台の現用ユニットに対し、１台の予備ユニットを有する系の信頼度について、次の問いに、算出過程を示して答えよ。ただし、現用ユニット及び予備ユニットの１台あたりの故障率は同じで、その値は１１，０００［ＦＩＴ］とし、これらのユニット以外の故障はないものとする。なお、故障の発生は指数分布に従うものとする。

（ｉ）　ユニット単体の２，０００時間の信頼度R_uを求めよ。ただし、答えは、四捨五入により小数第２位までとする。また指数関数の値は表の通りとする。

X	０.０２２	０.２２	２.２
e^{-x}	０.９７８	０.８０３	０.１１１

（注）　ｅは自然対数の底である。

（ii）　ユニット単体の信頼度をＲとして、ｎ＝１の系の信頼度R_1を求めよ。

（iii）　ユニット単体の信頼度をＲとして、ｎ＝２の系の信頼度R_2を求めよ。

---

(1)　11000FIT を通常の単位に換算し、

$$\lambda = 1.1 \times 10^4 \times 10^{-9} = 1.1 \times 10^{-5}\ [件/時間]$$

信頼度基本式に代入して、2000 時間後の信頼度を求める。

$$\begin{aligned} R_u &= e^{-\lambda t} = \exp(1.1 \times 10^{-5} \times 2 \times 10^3) \\ &= \exp(2.2 \times 10^{-2}) = \exp\ (0.022) \\ &= 0.978 \end{aligned}$$

(2)　現用 1+予備 1 の構成であるので、2 並列冗長と考えればよい。

$$R_1 = 1 - (1 - R)^2$$

(3)　現用 2+予備 1 の構成であり、2/3 冗長系として考えなくてはならない。

特定の 1 台のユニットに故障が生じる確率$R^2(1-R)$であり、かつ、その故障パターンは3通りあるため、3 台中1台が故障する確率は$3R^2(1-R)$。

3 台とも正常の確率は、R^3。これらの合計値を求めて、

$$\begin{aligned} R_2 &= 3R^2(1-R) + R^3 \\ &= 3R^2 - 3R^3 + R^3 \\ &= 3R^2 - 2R^3 \end{aligned}$$

平成 04 年度第 2 回 一伝交問 4(2)

（２）　ある装置の稼動実績データを分析したところ、故障率が１．９×１０$^{-5}$[件/時間]の結果が得られた。この装置の信頼度について、次の問いに、算出過程を示して答えよ。ただし、故障の発生は指数分布に従うものとし、答えは、四捨五入により小数第３位までとする。また、指数関数の値は、表の通りとする。

x	０.０１９	０.１９	１.９０
e^{-x}	０.９８１	０.８２７	０.１５０

（注）　ｅは自然対数の底である。

（ｉ）　この装置の１０，０００時間の信頼度Ｒを求めよ。

（ⅱ）　この装置を２台使用して、並列冗長系を構成したときのシステムの１０，０００時間の信頼度R_Pを求めよ。

⑴　単純に信頼度基本式に代入すればよい。

$$R = e^{-\lambda t} = \exp(1.9 \times 10^{-5} \times 10^{4})$$
$$= \exp(1.9 \times 10^{-1}) = \exp\,(0.19)$$
$$= 0.827$$

⑵　単純な 1/2 並列冗長であり、前問と同じ条件のなので、

$$R_p = 1 - (1 - R)^2 = 1 - (1 - 0.827)^2$$
$$= 1 - 0.173^2$$
$$= 1 - 0.02992$$
$$= 0.970$$

平成 04 年度第 1 回 一伝交問 4(2)

（２）　ある光学文字読取装置には、センサを３個組み込んである。この装置では、１文字の読取りを各センサごとに１回、計３回行っており、読取り結果を照合して、２個以上が一致しているときに正しく文字が読み取られたものとして装置の動作を継続し、そうでなければ直ちに停止する。

センサ１個が文字を正しく読み取る正読率は、０．８００であるとして、次の問いに算出過程を示して答えよ。ただし、誤った読取り結果が照合で一致することはないものとし、答えは、四捨五入により小数第３位までとする。

（ｉ）　センサが３個とも文字を正しく読み取る確率を求めよ。
（ⅱ）　センサ２個の読取りが正しく、１個の読取りが誤りである確率を求めよ。
（ⅲ）　センサ１個の読取りが正しく、２個の読取りが誤りである確率を求めよ。
（ⅳ）　装置としての正読率を求めよ。

⑴　３回連続で成功する確率は、３アイテム直列の信頼性モデルと同等であり、

$$0.8^3 = 0.512$$

⑵　0.8 の確率で 2 回成功し、かつ 0.2 の確率で 1 回失敗する確率は、

$$0.8^2 \times 0.2 = 0.128$$

ただし、センサは 3 個あるので、エラーパターンも3通りあって、

$$3 \times 0.128 = 0.384$$

⑶　0.8 の確率で 1 回成功し、0.2 の確率で 2 回失敗する確率は、

$$0.2^2 \times 0.8 = 0.032$$

ただし、これもパターンが3通りあるので、

$$3 \times 0.032 = 0.096$$

⑷　装置の正読率は、⑴⑵の結果の和となる。（いわゆる 2/3 冗長となっている。）よって、

$$0.512 + 0.384 = 0.896$$

平成 03 年度第 2 回 一伝交問 4(2)

（２）　表は、ある装置の故障件数と１件当たりの修復時間を示したものである。次の問いに算出過程を示して答えよ。

１件あたりの修復時間 [時間]	件　数
5	8
１０	7
１５	3
２０	1
２５	1

（ｉ）　総修復時間を求めよ。

（ⅱ）　ＭＴＴR（Ｍｅａｎ　Ｔｉｍｅ　Ｔｏ　Ｒｅｐａｉｒ）を求めよ。

（ⅲ）　修復率を求めよ。

（ⅳ）　修復時間の分布が指数分布に従うものとして、規定時間を１０時間としたときの保全度を求めよ。ただし、ｅ（自然対数の底）の値を２．７とし、答えは四捨五入により小数第２位までとする。

---

(1)　総修復時間は、地道に計算する。

$$(5 \times 8) + (10 \times 7) + (15 \times 3) \times 20 + 25 = 200\ [\text{時間}]$$

(2)　MTTR の定義より求める。総故障件数は$8 + 7 + 3 + 1 + 1 = 20$[件]であるので、

$$\mathrm{MTTR} = \frac{\text{総修復時間}}{\text{故障件数}} = \frac{200}{20} = 10\ \ [\text{時間/件}]$$

(3)　修復率をμとおき、定義から求める。単純には、(2)の逆数を取ればよい。

$$\mu = \frac{\text{総故障数}}{\text{総修復時間}} = \frac{20}{200} = 0.1\ \ [\text{件/時間}]$$

(4)　指数分布なので保全度関数が使用でき、値を代入すると、

$$\begin{aligned} M &= 1 - e^{-\mu t} \\ &= 1 - e^{-0.1 \times 10} = 1 - e^{-1} \\ &= 1 - \frac{1}{e} = 1 - \frac{1}{2.7} = 1 - 0.37037 \\ &\approx 0.63 \end{aligned}$$

平成 03 年度第 1 回 一伝交問 4(2)

（２）　１，０００時間当たりの故障率λが１％の部品を１００個使用している装置がある。部品の故障に備えてあらかじめ２個の予備部品を用意してある。この装置を１，０００時間使用したとき、算出過程を示して、次の問いに答えよ。

ただし、使用時間ｔ中にｒ個の部品が故障する確率ｆ（ｒ）は次式で与えられるものとし、ｅ$^{-1}$＝０．３６８、ｅ$^{-2}$＝０．１３５、ｅ$^{-3}$＝０．０５０とする。

$$f(r) = \frac{(\lambda T)^r}{e^{\lambda T} \cdot r!} \qquad T：部品の延べ使用時間$$

（ｉ）　部品の延べ使用時間を求めよ。

（ⅱ）　延べ使用時間当たりの部品の故障数を求めよ。

（ⅲ）　部品が１個も故障しない確率を求めよ。

（ⅳ）　部品が１個故障する確率を求めよ。

（ｖ）　部品が２個故障する確率を求めよ。

（ⅵ）　部品の故障数が２個以内である確率を求めよ。

（ⅶ）　予備部品が品切れとなり、装置が故障してしまう確率を求めよ。

唐突にポアソン分布式が現れるが、計算だけできればよい問題。ただし、階乗記号「！」を理解していること(例えば 3!=3×2×1)、並びに、$x^0 = 1$, $0! = 1$という数学知識が最低限必要となる。

(1)　延べ使用時間は、単純に 100 個×1000 時間となるので、T=100,000[時間]。

(2)　部品の故障数はλTである。設問上の故障率は 1000 時間当たりの規定なので、1 時間単位に換算したほうが簡単である。$\lambda = 0.01/1000 = 1 \times 10^{-5}$ [件/時間] 。あとは故障数を求めればよい。

$$\lambda T = 1 \times 10^{-5} \times 1 \times 10^{5} = 1 \text{ [個]}$$

(3)　部品が 1 個も故障しない、すなわち与式において、故障数rが 0 の場合を計算すればよい。

$$f(0) = \frac{(\lambda T)^r}{e^{\lambda T} \cdot r!} = \frac{(1)^0}{e^1 \cdot 0!} = \frac{1}{e^1} = e^{-1} = 0.368$$

(4)　(3)と同様に故障数rが 1 の場合を計算すればよい。

$$f(1) = \frac{(1)^1}{e^1 \cdot 1!} = \frac{1}{e^1} = e^{-1} = 0.368$$

(5)　(3),(4)と同様に故障数rが 2 の場合を計算すればよい。

$$f(2) = \frac{1^2}{e^1 \cdot 2} = \frac{1}{2e^1} = 0.5 \times e^{-1} = 0.184$$

(6)　故障数が 2 個以内の確率は、(3)～(5)で求めた確率の和となるので、

$$f(0) + f(1) + f(2) = 0.368 + 0.368 + 0.184 = 0.92$$

(7)　2 個以上故障する確率を求めるには、余事象、すなわち、1－(2 個以内の故障確率)を計算すればよく、

$$1 - 0.92 = 0.08$$

となる。

平成 02 年度第 2 回 一伝交問 4(2)

（２） 故障寿命の分布が表示に示すような値を持つ１種類の部品を、ちょうど１，０００個使用した装置がある。故障の発生時期は表に示す以外にバラツキがなく、部品の使用を開始してから、１年経過したとき、２年経過したとき、３年経過したときにそれぞれ発生するものとし、次の問いに算出過程を示して答えよ。

故 障 寿 命	分布（%）
1年	４０
２年	２０
３年	４０

（ｉ） １０００個の部品のＭＴＴＦ(Mean Time to Failure)を求めよ。

（ⅱ） 装置内の故障した部品を表に示す分布を持つ部品から任意に選んで取り替えるものとして、１年経過したとき、２年経過したとき、３年経過したときに故障する部品の個数をそれぞれ求めよ。

（ⅲ） （ⅱ）と同様の方法で４年を経過した後も取り替えるものとして、十分長い期間経過後の、毎年故障する部品の個数を求めよ。

（ⅳ） （ⅲ）で求めた故障部品を取り替える（個別取替え）費用を部品１個あたり２０円、故障による損害を部品１個あたり５円とし、また、毎年、予防保全として、故障が起こる直前に一斉に全部品を取り替える（一斉取替え）費用を部品１個あたり１０円とするとき、損害額を含めた毎年の総費用を個別取替えと一斉取替えに付いて求めよ。

（解説は次ページ）

(1)　MTTF は MTBF と同様に考えれば良い。1年たったらいきなり 40%(400 個)故障するというような仮定があるので、動作時間の合計は、各年の故障数と経過年数を掛けたものを足し合わせればよい。また、故障件数は 3 年間で全部品となるので、1000個(件)とおく。

$$\mathrm{MTTF}=\frac{\text{動作時間の合計}}{\text{故障個数}}=\frac{(1\text{ 年}\times 400\text{ 個})+(2\text{ 年}\times 200\text{ 個})+(3\text{ 年}\times 400\text{ 個})}{1000\text{ 個}}=2\ [\text{年/件}]$$

(2)　1 年目に故障する部品数は400個である。よって、400個の取替えをする。これは単純に計算するだけでよい。

2 年目には、交換後の部品(1 年経過)と未交換の部品(2 年経過)が混在することになり、故障分布が変わってくることが想定される。

2 年目の故障数は、最初に存在した1000個の 20%(200 個)であり、1 年目交換部品(400 個)の 40%(160 個)と計算ができる。式で表せば、

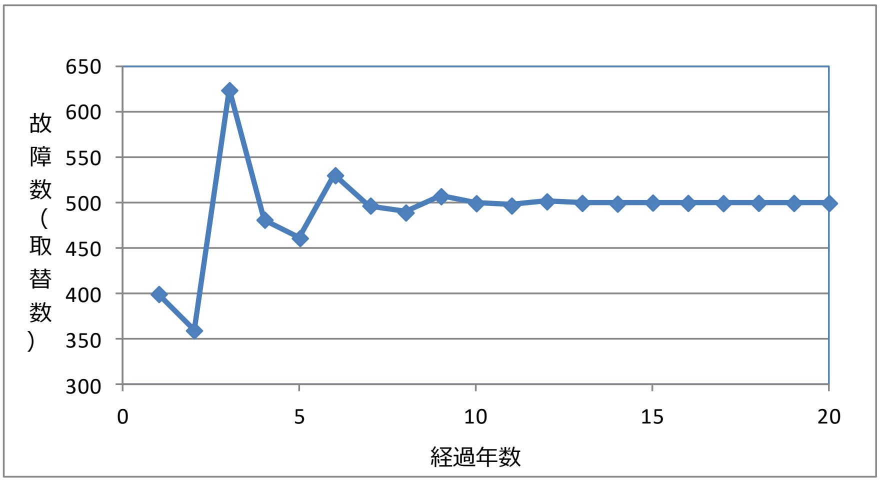
$$1000\text{ 個}\times 0.2+400\text{ 個}\times 0.4=200+160=360\ [\text{個}]$$

3 年目の故障数は、さらに複雑となるが、地道に整理していけばよい。

3 年経過部品の故障数	運用当初の 40%	$1000\times 0.4=400$ 個
2 年経過部品の故障数	1 年目交換品(400 個)の 20%	$400\times 0.2=80$ 個
1 年経過部品の故障数	2 年目交換品(360 個)の 40%	$360\times 0.4=144$ 個

これらの合計が 3 年目の取替え数なので、400+80+144=624 個となる。

(3)　MTTF が 2 年であることから直接求められる。2 年で1000個(全数)が故障することになるので、毎年500個の故障が発生するとしてよい。(参考:この場合下図のように 10 年目ぐらいで 500 前後に収束する。)



(4)　個別取替えの場合と一斉取替えの場合を比較する。

個別取替えの場合、故障ごとに部品を取り替える意味となるので、1 個あたり 20 円+5 円＝25 円の費用が毎年かかることになる。また、毎年の故障数は500個なので、

$$\text{個別取替え費用}=(20\text{ 円}+5\text{ 円})\times 500\text{ 個}=12{,}500\text{ 円}$$

一斉取替えの場合は、全部品を毎年交換する意味なので、

$$\text{一斉取替え費用}=10\text{ 円}\times 1000\text{ 個}=10{,}000\text{ 円}$$

平成 01 年度第 2 回 一伝交問 4(3)

問４　図１及び図２は、現用設備１に対して予備設備１の伝送システムの予備方式の構成を示したものである。次の問いに答えよ。

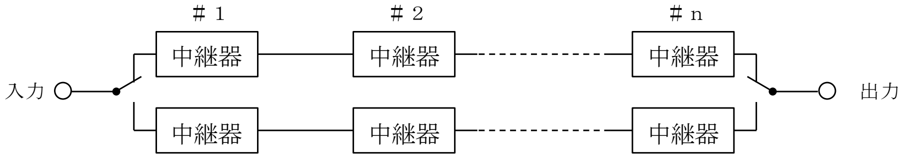


図１　システム予備方式の構成図

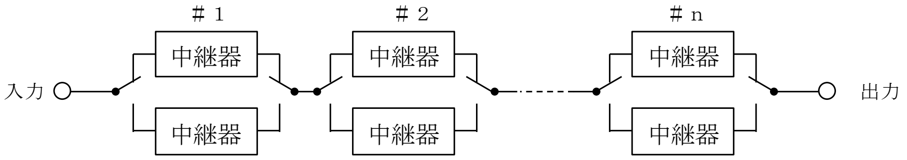


図２　装置予備（セット予備）方式の構成図

（３）　図１及び図２に示すように、中継器を２ｎ個使用した予備方式において、各中継器の信頼度を一律にＲとするとき、次の問いに算出過程を示して答えよ。ただし、線路部分及び切替装置は故障しないものとする。

（ｉ）　図１の伝送システムの信頼度(R_1)及び図２の伝送システムの信頼度(R_2)の算出式を示せ。

（ⅱ）　ｎ＝２の場合、どちらの方式の信頼度が高いか。

(解説は次ページ)

(1)　図1において、片方のシステムの信頼度を Rs とおくと、直列系伝送路なので、

$$\mathrm{R_s = R^n}$$

これら2つが並列になっているので、

$$\mathrm{R_1 = 1 - (1 - R^n)^2}$$

図2において、＃1 のシステムの信頼度を $\mathrm{R_p}$ とおけば、並列伝送路なので、

$$\mathrm{R_p = 1 - (1 - R^n)^2}$$

このシステムをn個直列にした場合の信頼度 $\mathrm{R_2}$ は、

$$\begin{aligned}\mathrm{R_2 = R_p^n} &= \mathrm{\{1 - (1 - R)^2\}^n} \\ &= \mathrm{(1 - 1 + 2R - R^2)^n} \\ &= \mathrm{(2R - R^2)^n}\end{aligned}$$

(2)　$\Delta = \mathrm{R_2 - R_1}$ を計算し、その正負をもって信頼度の大小を比較する。まずは各信頼度を展開する。

$$\mathrm{R_{1(n=2)} = 1 - (1 - R^2)^2 = 1 - 1 + 2R^2 - R^4 = 2R^2 - R^4}$$

$$\mathrm{R_{2(n=2)} = (2R - R^2)^2 = 4R^2 - 4R^3 + R^4}$$

次に、Δ を計算してみると、

$$\begin{aligned}\Delta &= \mathrm{(4R^2 - 4R^3 + R^4) - (2R^2 - R^4)} \\ &= \mathrm{4R^2 - 2R^2 - 4R^3 + R^4 + R^4} \\ &= \mathrm{2R^2 - 4R^3 + 2R^4} \\ &= \mathrm{2R^2(1 - 2R + R^2)} \\ &= \mathrm{2R^2(1 - R)^2}\end{aligned}$$

よって、$\Delta = \mathrm{R_2 - R_1 = 2R^2(1 - R)^2}$ の結果から、R が $0 \le \mathrm{R} \le 1$ の範囲である限り、Δ は正となることが分かる。すなわち、

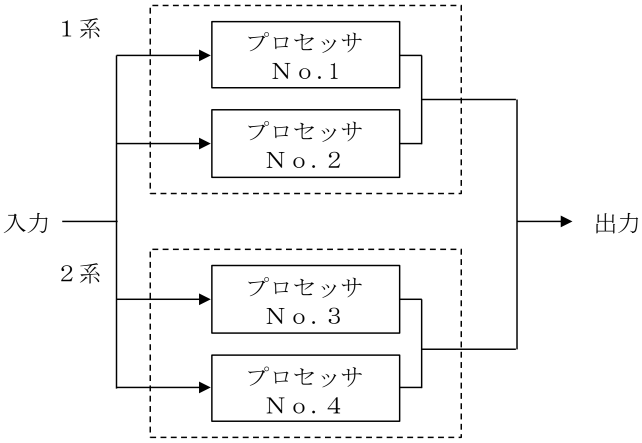
$$\mathrm{R_2 \ge R_1}$$

であって、n=2 の場合、信頼度が高いのは図2の装置予備方式の方である。

平成 01 年度第 1 回 一伝交問 4(3)

（２）　図は、プロセッサを４重化した計算機の構成を示したものである。この計算機は、２重系を２重化したもので、各系の二つのプロセッサの計算結果を常時照合しており、計算結果が異なるとき、その系は故障と判断される。計算結果の出力は、１つの系の出力のみが使用され、一方の系に故障が発見された場合は、系の切り替えが行われて、正常な系の計算結果が使用される。なお、同じ系内の二つのプロセッサの計算結果が誤った値で合致するような故障は起こらないものとする。

各プロセッサの信頼度Ｒをすべて０．９とした場合、この計算機の信頼度は幾らか、算出過程を示して求めよ。ただし、答えは四捨五入により、小数第３位までとする。



各系ごとの信頼度を R_1 とおく。プロセッサが並列接続されているものの、両方が常に正常でなければ、系としての機能を満たさない。よって、信頼度は直列系モデルを適用しなくてはならず、

$$R_1 = R^2 = 0.9^2 = 0.81$$

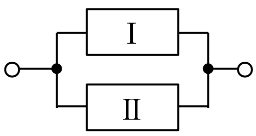
次に、1 系と 2 系の並列接続の信頼度を計算するが、単純な冗長系であるので、

$$\begin{aligned} R &= 1-(1-R_1)^2 = 1-(1-0.81)^2 \\ &= 1-0.19^2 \\ &= 0.9639 \approx 0.964 \end{aligned}$$

昭和 63 年度第 2 回 一伝交問 3

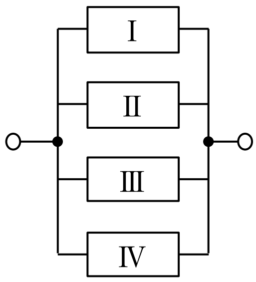
問３　図１に示すシステムＡは、２系統で構成され、いずれか１系統が故障してもこのシステムは正常に動作するものとする。また、図２に示すシステムＢは、４系統で構成され、このうちいずれか２系統が正常であれば、このシステムは正常に動作するものとする。

いま、１系統当たりの不信頼度(０＜Ｆ＜１)をすべて同じとした場合、下記の(ⅰ)～(ⅲ)を算出過程を示して求めよ。ただし、(１－信頼度)を不信頼度とする。



システムＡ

図１



システムＢ

図２

(ⅰ)　システムＡの不信頼度 f_A

(ⅱ)　システムＢの不信頼度 f_B

(ⅲ)　$f_A > f_B$ となる不信頼度Ｆの値の範囲

(解説は次ページ)

(1)　システム A は、基本的な 1/2 冗長系であり、かつアイテムの不信頼度が等しいので、

$$f_A = F^2$$

(2)　システム B は、2/4 冗長系であり、<u>不信頼度</u>としては 4 系統全滅の場合と、任意の 3 系統が故障した場合の確率を合算する必要がある。

まず、4 系統全てが故障する確率 f4 を考えると、

$$f_{4/4} = F^4$$

また、4 系統中、<u>ある 1 つだけが正常である場合の確率</u>を考えると$F^3(1-F)$であるが、I からⅣまでの合計 4 つの「1 つだけ正常」パターンがある。言い換えれば、任意の 3 系統が故障であるパターンの確率 $f_{3/4}$ は、

$$f_{3/4} = 4F^3(1-F)$$

となる。これらを合計すれば、不信頼度が得られて、

$$\begin{aligned} f_B &= f_{4/4} + f_{1/4} \\ &= F^4 + 4F^3(1-F) = F^4 + 4F^3 - 4F^4 \\ &= 4F^3 - 3F^4 \end{aligned}$$

(3)　単純に$f_A - f_B > 0$ある条件を確認すればよい。

$$f_A - f_B = F^2 - 4F^3 + 3F^4 > 0$$

$$F^2(3F^2 - 4F + 1) > 0$$

$$F^2(3F-1)(F-1) > 0$$

ここで、F^2 は常に正であり、考慮外にできるため、2 次方程式$(3F-1)(F-1) > 0$ の条件を満たせばよいことになる。

本式の解が 1/3 と 1 であることから、F の取り得る範囲は 1/3 未満および 1 より大きい数となる。式で表せば、

$$F < \frac{1}{3} \qquad 及び \quad 1 < F$$

ただし、設問には$0 < F < 1$の条件が与えられているので、$f_A > f_B$となる不信頼度Fの値の範囲は、

$$0 < F < \frac{1}{3}$$

昭和 63 年度第 1 回 一伝交問 3(2)

（１）　ある装置について、毎日の動作時間、故障件数、修復件数及び修復時間を１ヶ月にわたり集計した結果は、下記のとおりであった。これらの値からＭＴＢＦ、ＭＴＴＲ及びアベイラビリティを求めよ。ただし、答えは有効数字２けたとする。

動作時間＝	１５４	時間
故障件数＝	３５	件
修復件数＝	３５	件
修復時間＝	８	時間

(1)　MTBF を定義から求めると、

$$\mathrm{MTBF} = \frac{総動作時間}{総故障数} = \frac{154}{35} = 4.4\ [時間/件]$$

同様に MTTR は、

$$\mathrm{MTTR} = \frac{総修復時間}{故障件数} = \frac{8}{35} = 0.22857 \approx 0.23\ [時間/件]$$

アベイラビリティは、固有アベイラビリティから求める方が素直である。

$$A = \frac{\mathrm{MTBF}}{\mathrm{MTBF}+\mathrm{MTTR}} = \frac{4.4}{4.4+0.23} = \frac{4.4}{4.63} \approx 0.95$$

もちろん、本来の定義から求めてもよい

$$A = \frac{動作可能時間}{全時間} = \frac{154}{154+8} \approx 0.95$$

昭和 63 年度第 1 回 一伝交問 3(3)

（２）　複数のインタフェース回路を持つ装置がある。この装置の構成が、図１のような“冗長構成なし”の系と図２のような１個の予備を負荷した“冗長構成”の系である場合、下記の(ｉ)～(ⅲ)を算出過程を示して求めよ。ただし、インタフェース回路の信頼度Ｒは、すべて０．９０とし、この装置は三つのインタフェース回路が正常なとき、装置として正常に稼動できるものとする。冗長構成の場合には、切替え回路での故障の発生する確率は無視できるものとする。また、有効数字は２けたとする。

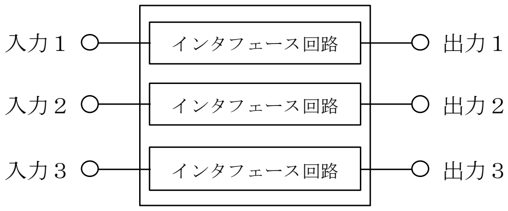


図１

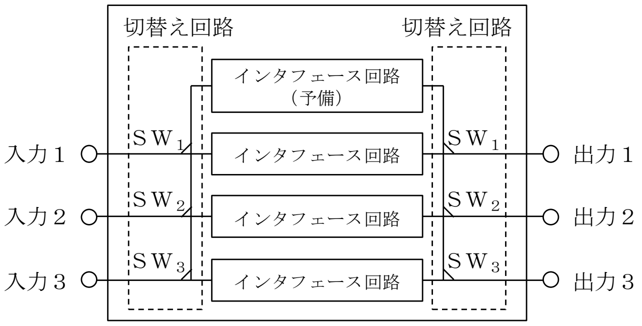


図２

（ｉ）　図１の冗長構成なしの系における装置の信頼度。

（ⅱ）　図２の冗長構成の系における装置の信頼度。

（ⅲ）　冗長構成の系としたことによる装置の信頼度の改善割合。

(解説は次ページ)

(1)　図1は3つの回路が常に動作していなければならないため、信頼度としては3回路直列系として考えなくてはならない。よって、図1の信頼度を R_1とおけば、

$$R_1 = R^3 = 0.9^3 = 0.729 \approx 0.73$$

(2)　図2には冗長予備が1台存在するが、それを含めた4回路のうち、3回路が稼動していなければシステムが動作できない。すなわち、3/4 冗長系である。

まず 4 台が正常である確率は、$R^4 = 0.9^4 = 0.6561$。
次に、ある 1 台が故障し、4 台中 3 台が稼動している確率を考えると$R^3 \cdot (1 - R) = 0.9^3 \times 0.1 = 0.0729$。
ただし、1 台故障するパターンは、4 パターンあるため、$4 \times 0.0729 = 0.2916$が確率となる。

図2のシステムが正常である確率 R_2 は、それらの合計値となり、

$$R_2 = 0.6561 + 0.2916 = 0.9477 \approx 0.95$$

(別解)　一般式を適用し、

$$\begin{aligned} R_{3/4} &= \sum_{r=3}^{4} \binom{4}{r} R^{r} (1 - R)^{4-r} \\ &= \frac{4!}{3!\,(4-3)!} R^3 (1 - R) + \frac{4!}{4!\,(4-4)!} R^4 (1 - R)^0 \\ &= 4R^3 - 4R^4 + R^4 = 4R^3 - 3R^4 = 4 \times 0.9^3 - 3 \times 0.9^4 \\ &= 2.916 - 1.9683 = 0.9477 \approx 0.95 \end{aligned}$$

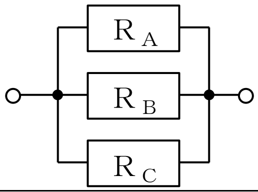
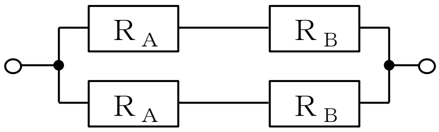
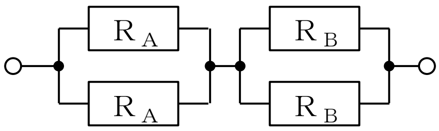
(3)　信頼度の改善度は、簡単に、

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{0.95}{0.73} = 1.301 \approx 1.3$$

となり、30%改善することが分かる。

昭和 62 年度第 2 回 一伝交問 4

問４　表は、幾つかの構成要素からなる系について、比較したものである。表中のR_A、R_B及びR_Cは、各構成要素の信頼度を示し、それぞれ１より小さいとき、次の問いに答えよ。

項番	系の構成図	系の信頼度	信頼度の比較
1		(ア)	この系の信頼度は、各構成要素単体と (オ)
2		(イ)	この系の信頼度は、各構成要素単体と (カ)
3		(ウ)	この系の信頼度は、項番４の系と (キ)
4		(エ)	―

（１）　系の信頼度(ア)～(エ)を、R_A、R_B及びR_Cを用いて示せ。

（２）　(オ)～(キ)に適切な語句を、下記の語群から選び、その番号を記せ。ただし、同じ語句を複数回使用してよい。

（語群）① 比べて高い　　② 等しい　　③ 比べて低い

(1)　項番 1(ア):単純な直列系であるため、$R_1 = R_A \times R_B \times R_C$

項番 2(イ):単純な並列系であるため、$R_2 = 1 - (1 - R_A)(1 - R_B)(1 - R_C)$

項番 3(ウ):R_AとR_Bが直列なので、その部分の信頼度は、$R_A R_B$。これらを並列にした場合、

$$R_3 = 1 - (1 - R_A R_B)^2$$

項番 4(エ):R_Aが並列の部分は$1 - (1 - R_A)^2$。R_Bが並列の部分は$1 - (1 - R_B)^2$。

これらを直列にしたのが項番 4 の信頼度であるため

$$R_4 = \{1 - (1 - R_A)^2\}\{1 - (1 - R_B)^2\}$$

(2)　項番1は信頼度が下がるので、オは③（基本）

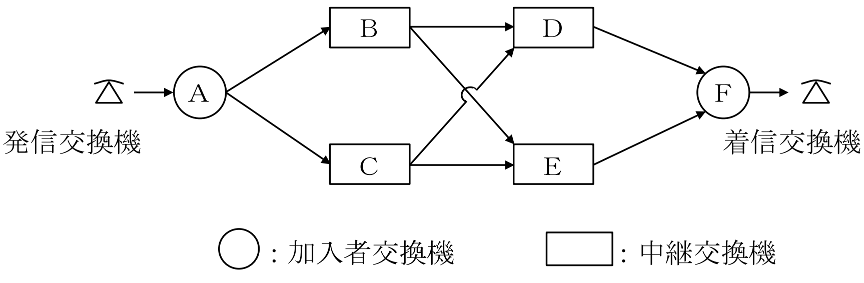
項番2は信頼度が上がるので、カは①　　→平成 01 年度第 2 回 一伝交問 4(3)

項番3は信頼度が下がるので、キは③　　→同上

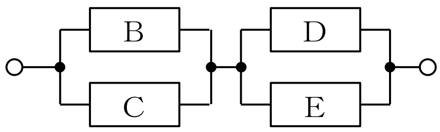
項番4の信頼度が高いのは、項番3に比べて複数の代替経路が取れる理由による。

昭和 62 年度第 1 回 一伝交問 3(1)

（１）　図において、交換機Ａに収容される電話機から発信し、矢印に沿った経路で交換機Ｆに収容される電話機に着信させる場合、少なくとも１つの経路が確保できれば通話が可能である。このシステム全体の信頼度を算出過程を示して求めよ。ただし、交換機Ｂ～Ｅの信頼度は各々０．９とし、それ以外のものは故障しないものとする。また、答えは、四捨五入により小数第２位まで求めること。



(1)　図を整理すれば、



といった、並列冗長の組み合わせである。

よって、BC並列およびDE並列の信頼度は、

$$R_p = 1 - (1 - 0.9)^2 = 1 - 0.1^2 = 0.99$$

あとは、それらの直列系モデルとして信頼度 R が求められる。

$$R = 0.99^2 = 0.9801 \approx 0.98$$

昭和 61 年度第 2 回 一伝交問 3

問３　図１及び図２は、電子交換機の中央制御系の構成の一部を例として示したものである。次の問いに算出過程を示して答えよ。ただし、答えは、四捨五入により小数第２位まで求めるものとする。

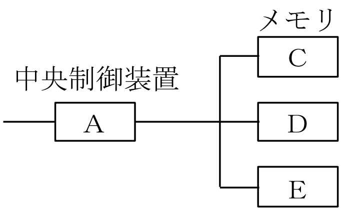


図１

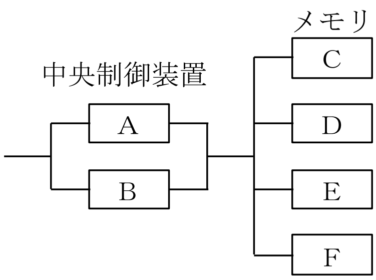


図２

（１）　図１において、中央制御装置Ａ、メモリＣ、メモリＤ及びメモリＥの信頼度をそれぞれ０．９とした場合、この系全体の信頼度を求めよ。ただし、中央制御装置Ａ、メモリＣ、メモリＤ及びメモリＥすべてが正常のとき、系全体は正常に稼動できるものとする。

（２）　図２において、中央制御装置Ａ、中央制御装置Ｂ、メモリＣ、メモリＤ、メモリＥ及びメモリＦの信頼度をそれぞれ０．９とした場合、この系全体の信頼度を求めよ。ただし、中央制御装置Ａ，Ｂのうちいずれか１つ、かつ、メモリＣ～Ｆのうちいずれか３つが正常であれば、この系全体は正常に稼動できるものとする。

---

(1)　全てのアイテムが正常でなければならないことから、A～Eが一列につながった直列モデルとして考えなくてはならない。よって、

$$\mathrm{R} = 0.9^4 = 0.6561 \approx 0.66$$

(2)　中央制御装置 AB による、1/2 冗長の信頼度を $\mathrm{R_{AB}}$とおけば、

$$\mathrm{R_{AB}} = 1 - (1 - 0.9)^2 = 1 - 0.1^2 = 0.99$$

メモリ C～F による、3/4 冗長の信頼度は、全メモリが正常である確率と、1 個だけ故障する確率の和となる。全てのメモリが正常である確率は、$\mathrm{R_1} = 0.9^4 = 0.6561$。メモリが 1 つだけ故障した場合の確率は、$\mathrm{R_2} = 4 \times 0.1 \times 0.9^3 = 0.2916$（ここで、4 の係数は 1 メモリ故障のパターンが 4 パターンある意味である。）よってメモリの信頼度 $\mathrm{R_M}$ は、$\mathrm{R_M} = \mathrm{R_1} + \mathrm{R_2} = 0.6561 + 0.2916 = 0.9477$。

最後に中央制御装置とメモリの信頼度の積をとり、系全体の信頼度を求めれば、

$$\mathrm{R} = \mathrm{R_{AB}} \cdot \mathrm{R_M} = 0.99 \times 0.9477 = 0.93823 \approx 0.94$$

昭和 61 年度第 1 回 一伝交問 4(1)

（１）　図１及び図２は、交換機Ａ、Ｂ、Ｃ、Ｄを伝送路で結んだ通信網を示したものである。今、交換機は故障しないものとし、伝送路が故障しその区間が使用できなくなる確率（Ｐ）を一律に０．１としたとき、交換機Ａ、Ｂ間に少なくとも１つの経路が存在するときの確率を、図１及び図２のそれぞれについて、算出過程を示して求めよ（答えは、四捨五入により、小数点以下２桁までとする）。ただし、伝送路の故障は、区間ごとにそれぞれ独立して発生するものとし、交換機Ｃ及びＤは中継交換機能を持っているものとする。

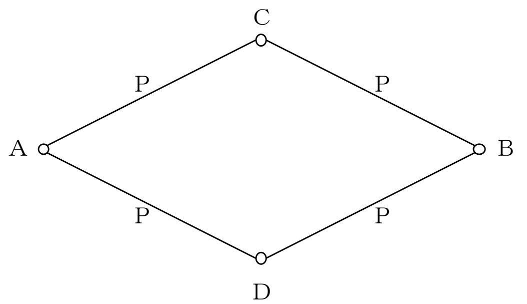


図１

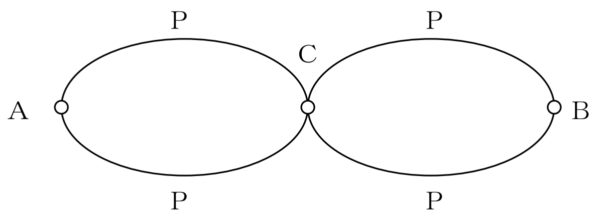


図２

凡例

Ａ～Ｄ：交換機

Ｐ　：伝送路が故障し、その区間が使用できなくなる確率（Ｐ＝０．１）

図1　故障確率が 0.1、すなわち信頼度が 0.9 の伝送路として考える。

交換機C経由の伝送路の信頼度は、直列なので$0.9^2 = 0.81$。また交換機D経由も同じ信頼度となる。

あとは、これらの並列系信頼性モデルとして考えればよいので、

$$\mathrm{R}_1 = 1 - (1 - 0.81)^2 = 1 - 0.19^2 = 1 - 0.0361 = 0.9639 \approx 0.96$$

図2　この場合は、A～C間を並列モデルとして計算すべきであり、その不信頼度は 0.1^2 なので、

$$1 - 0.1^2 = 0.99$$

となり、C～D間も同様の結果が得られる。

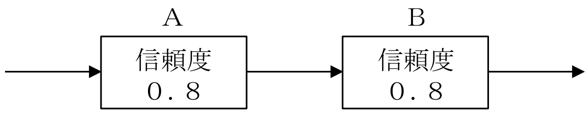
図2の伝送路の信頼度はこれらの直列モデルとなるため、

$$\mathrm{R} = 0.99^2 = 0.9801 \approx 0.98$$

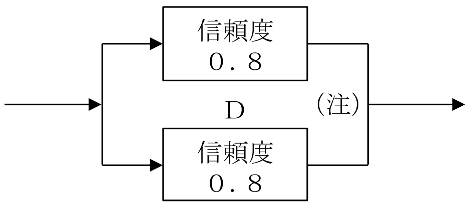
昭和 60 年度第 2 回 一伝交問 3

問３　信頼度は、系、機器、部品等が、与えられた条件で、規定の期間中、要求された機能を遂行する確率である。そこで、次の問いに算出過程を示して答えよ。（答えは、四捨五入により、小数点以下２桁までとする。）

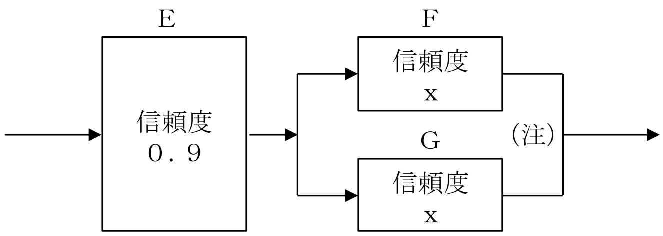
（１）　下図の装置Ａ、Ｂにより構成されるシステム全体の信頼度を求めよ。



（２）　下図の装置Ｃ、Ｄにより構成されるシステム全体の信頼度を求めよ。
（注）Ｃ又はＤのいずれか一方の装置が正常動作すれば、システムとしては正常動作するものとする。



（３）　下図の装置Ｅ～Ｇにより構成されるシステム全体の信頼度を０．８以上とするためには、装置Ｆ及びＧの信頼度ｘをいくら以上にすればよいか。ただし、装置ＦとＧの信頼度は等しいものとする。
（注）Ｆ又はＧのいずれか一方の装置が正常動作すれば、並列系のシステムは正常動作するものとする。



(解説は次ページ)

(1)　基本的な直列系モデルのため、$R_1 = 0.8^2 = 0.64$

(2)　基本的な並列系モデルのため、$R_2 = 1 - (1 - 0.8)^2 = 1 - 0.2^2 = 0.96$

(3)　FG による並列モデルの信頼度は、$R_{FG} = 1 - (1 - x)^2 = 1 - 1 + 2x - x^2 = 2x - x^2$

これに装置 E が直列であるため、全体の信頼度 R3 は、$R_3 = 0.9(2x - x^2) \geq 0.8$を満たさなくてはならない。式を立てると、

$$0.9(2x - x^2) \geq 0.8$$

$$9(2x - x^2) \geq 8$$

$$-9x^2 + 18x - 8 \geq 0$$

$$9x^2 - 18x + 8 \leq 0$$

$$(3x - 2)(3x - 4) \leq 0$$

となって、因数分解の結果から

$$x = \frac{2}{3} \quad , \quad \frac{3}{4}$$

の解が得られる。(2 次方程式の解を用いてもよい。)ただし、x 自体は$0 \leq x \leq 1$の条件があるため、式の条件を満たすのは、

$$\frac{2}{3} \leq x \leq 1$$

の範囲となる。以上の計算より答えは

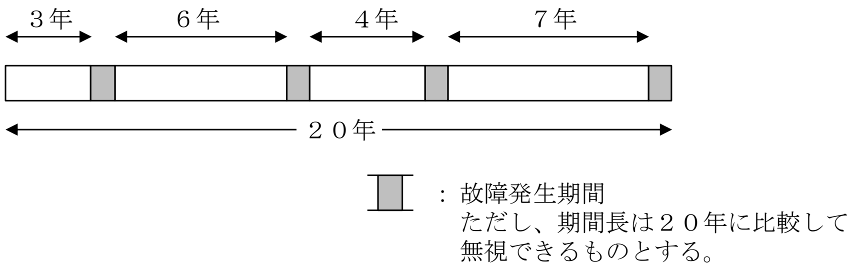
$$\frac{2}{3} = 0.666 \approx 0.67$$

すなわち 0.67 以上の信頼度である。

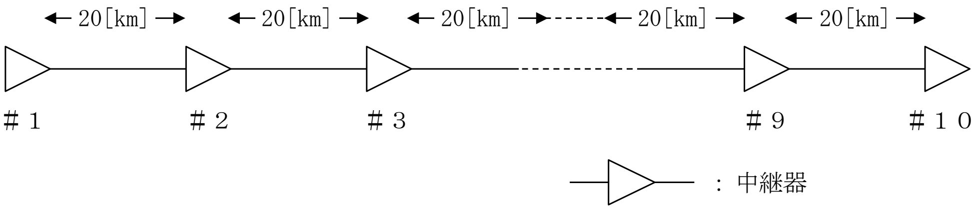
昭和 60 年度第 1 回 一伝交問 3

問３　高信頼度が要求される装置や部品の故障率を表す単位として、ＦＩＴ(Failure Unit)が用いられることがある。すなわち、１[ＦＩＴ]は、１時間あたり１０$^{-9}$件の故障が発生することを示す。一方、ＭＴＢＦ(Mean Time Between Failures)は、平均の故障発生間隔を表すものである。

（１）　下の図の場合の２０年間におけるＦＩＴ数及びＭＴＢＦを算出せよ。なお、ＦＩＴ数の算出においては、有効数字２桁まで求めよ。



（２）　下の図の中継器を１０個有する総延長１８０[ｋｍ]の伝送システムのＭＴＢＦを２０年以上とするために必要とされる１中継器当たりの信頼度（ＦＩＴ数）を有効数字２桁まで求めよ。ただし、中継間隔はいずれも２０[ｋｍ]、ケーブル部分の故障率は９．０×１０$^{-5}$[件／年・ｋｍ]とする。



（解答は次ページ）

(1)　MTBF の定義より求める。

$$\mathrm{MTBF}=\frac{総動作時間}{総故障数}=\frac{20}{4}=5[年/件]$$

なお、出題として MTBF の単位までは指定されていないため、[時間/件]の単位でも構わないと思われる。

一方、故障率の FIT 単位で解答するよう求められているため、時間単位に換算しておかなければならない。

よって、

$$\lambda=\frac{4}{20\times365\times24}=\frac{4}{175200}=2.283\times10^{-5}=2.283\times10^{4}\ [\mathrm{FIT}]$$

(2)　全てを故障率(FIT)に換算して、計算する。

①目標 MTBF は、20 年であるため、時間単位に換算すると、

$$20\times365\times24=175200[時間/件]$$

逆数をとって目標故障率 λ_T に換算すれば、

$$\lambda_{\mathrm{T}}=\frac{1}{175200}=5.707\times10^{-6}\ [件/時間]=5707[\mathrm{FIT}]$$

②ケーブル部分の故障率 λ_C を求める。

$$\lambda_{\mathrm{C}}=9.0\times10^{-5}\times180\mathrm{km}=1620\times10^{-5}=1.62\times10^{-2}\ [件/年]$$

$$=\frac{1.62\times10^{-2}}{365\times24}=1.849\times10^{-6}[件/時間]=1849\ [\mathrm{FIT}]$$

③中継器部分の故障率を λ_R とおけば、全部で 10 台が直列系として設置されているため、全てを単純加算すればよく、中継器 10 台の故障率は、

$$10\lambda_{\mathrm{R}}$$

となる。以上①～③の計算により、設問の要求を満たす式を立てれば、

$$10\lambda_{\mathrm{R}}+1849\leq5707$$

よって、中継器の目標故障率 λ_R は、

$$10\lambda_{\mathrm{R}}\leq5710-1850=3858$$

$$\therefore\lambda_{\mathrm{R}}\leq386[\mathrm{FIT}]$$

解答は有効数字2けたであるので、380FIT 以下が正しい。

付録 1-1

[H18 年度第 1 回　伝交設備問 4(2)](#)の解説。

修理系アイテムでは、修理をしながら使用する前提のため、「平均故障間動作時間」MTBF(Mean Time Between Failure)を使用する。もし修理できない、又はしないアイテムを使用する非修理系の場合は「故障までの平均時間」または「平均故障寿命」である MTTF(Mean Time to Failure)を使用する。

試験問題的には MTTF と MTBF は同じものとしても支障は無い。

出題では装置 A を、非修理で使用する前提となっており、かつ故障が指数分布関数による MTBF で与えられている。また n 台中 1 台でも動作していればシステムが稼動できる 1/n 並列冗長系である。

最初に 1 台単独システムの場合の故障率 λ を考えたとき、MTBF/MTTF は信頼度関数を時間積分した値として求められる。信頼度関数が指数分布に従うという前提により、$\mathrm{R(t) = exp\ (-\lambda t)}$が使用できるので、

$$\mathrm{MTTF}|_{\mathrm{n=1}} = \int_0^\infty \mathrm{e}^{-\lambda \mathrm{t}}\ \mathrm{dt} = \frac{1}{\lambda} = \mathrm{MTBF}$$

もし、2 台並列冗長系であれば、$\mathrm{R(t) = 1 - (1 - exp(-\lambda t))^2}$となるため、

$$\mathrm{MTTF}|_{\mathrm{n=2}} = \int_0^\infty 1 - \left(1 - \mathrm{e}^{-\lambda t}\right)^2\ \mathrm{dt}$$

$$= \int_0^\infty 2\mathrm{e}^{-\lambda t} - \mathrm{e}^{-\,2\lambda t}\ \mathrm{dt}$$

$$= 2\left[-\frac{1}{\lambda}\ \mathrm{e}^{-2\lambda t}\right]_0^\infty - \left[-\frac{1}{2\lambda}\ \mathrm{e}^{-2\lambda \mathrm{t}}\right]_0^\infty$$

$$= 2\cdot\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda} = \frac{4-1}{2\lambda}$$

$$= \frac{3}{2\lambda}$$

$$= \left(1 + \frac{1}{2}\right)\ \mathrm{MTBF}$$

同様に、n=3 台の場合の MTTF は、

$$\mathrm{MTTF}|_{\mathrm{n=3}} = \frac{11}{6\lambda} = \frac{11}{6} \times \mathrm{MTBF}$$

$$= \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right)\mathrm{MTBF}$$

以上の結果から以下の結果が「推測」される。

$$\mathrm{MTTF}|_{\mathrm{n}} = \mathrm{MTBF} \times \sum_{\mathrm{k=1}}^{\mathrm{n}} \frac{1}{\mathrm{k}}$$

一応は、n=2 程度の簡易計算によって選択肢を絞り込むことはできるものの、厳密に言えばあらかじめこの関係（調和級数となる事実）を知らなければ解けない問題に属すると思われる。

一般の場合を解くと、以下の様な証明となる。

まず、1/n 重化された並列冗長系の信頼度関数 R_n は$R_n = 1 - \left(1 - e^{-\lambda t}\right)^n$とおけるが、そのまま計算すると無数の多項式が現れるため計算が困難になってしまう。そのため、それらを二項定理

$$(x+y)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} x^k y^{n-k}$$

を利用した上で以下のように表記する。なお、$\binom{n}{k}$は ${}_nC_k$ とも表記する組み合わせである。よって信頼度は、

$$R_n = 1 - \left(1 - e^{-\lambda t}\right)^n = 1 - \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} \left[-e^{-\lambda t}\right]^k$$

このまま[t=∞～0]で時間積分してしまうと、右辺の 1 の定数項が発散してしまうため、Σの内部に組み込む必要がある。右辺Σ項は、その第 1 項目(k=0)を計算すると、

$$\binom{n}{0} \cdot e^0 = \frac{n!}{0!\,(n-0)!} \cdot 1 = 1$$

であり、右辺の定数項(=1)をそのまま打ち消すことができるため、Σの開始項を k=1 からはじめればよいことになる。よって、

$$R_n = -\sum_{k=1}^{n} \binom{n}{k} \left[-e^{-\lambda t}\right]^k$$

また、$\left(-e^{\lambda t}\right)^n$ は n が 1 増えるごとに正負が逆転するため、$(-1)^k\left(e^{k\lambda t}\right)$とすると見通しがよくなる。

$$\left(-e^{\lambda t}\right)^k = (-1)^k e^{-k\lambda t}$$

最終的に、被積分関数となるべき信頼度関数 R_n は

$$R_n = -\sum_{k=1}^{n} \binom{n}{k} (-1)^k e^{-k\lambda t}$$

とおける。

これを積分した値が MTTF である。総和記号Σ内部の各項はそれぞれ積分が可能なので単純に t について積分すると、

$$\mathrm{MTTF} = -\int_0^{\infty} \sum_{k=1}^{n} \binom{n}{k} (-1)^k e^{-k\lambda t}\, dt$$

$$= -\left[\sum_{k=1}^{n} \binom{n}{k} \frac{(-1)^k}{-k\lambda} e^{-k\lambda t}\right]_0^{\infty}$$

$$= \frac{1}{\lambda}\left[\sum_{k=1}^{n} \binom{n}{k} \frac{(-1)^k}{k} e^{-k\lambda t}\right]_0^{\infty}$$

$$= \frac{1}{\lambda}\left[0 - \sum_{k=1}^{n} \binom{n}{k} \frac{(-1)^k}{k}\right]$$

$$= -\frac{1}{\lambda}\sum_{k=1}^{n}\binom{n}{k}\frac{(-1)^k}{k}$$

よって、N 重冗長化構成における MTTF は、

$$\mathrm{MTTF} = \mathrm{MTBF} \times \left(-\frac{1}{\lambda}\sum_{k=1}^{n}\binom{n}{k}\frac{(-1)^k}{k}\right)$$

と表せる。ここで右辺は

$$-\sum_{k=1}^{n}\binom{n}{k}\frac{(-1)^k}{k} = \sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k}$$

が成立するので(後述)、最終的に

$$\mathrm{MTTF} = \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdots \frac{1}{\mathrm{n}}\right) \times \mathrm{MTBF}$$

と表せる。

本関数は調和級数と呼ばれる n→∞で発散する有名な関数であったりします。

付録 1-2

付録 1-1 の等式についての証明。

$$-\sum_{k=1}^{n}\binom{n}{k}\frac{(-1)^k}{k} = \sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k}$$

本式は、実際に値を計算すると合っていることが推測できるもの、証明にはテクニックが必要な類のものであり、試験対策として覚える必要は全く無い。が参考に記す。

まず、二項定理において y=1 の場合の恒等式を利用することで、上記の関数に近い形式を意図する。

$$(x+1)^n = \sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k} x^k$$

この両辺を x について積分すると、

$$\int (x+1)^n \, dx = \int \sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k} x^k \, dx$$

$$\frac{1}{n+1}(x+1)^{n+1} = \sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}\frac{1}{k+1}x^{k+1} + C$$

ここで不定積分の積分定数 C は、$x = 0$の場合を考えて

$$\frac{1}{n+1}(1)^{n+1} = \sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}\frac{1}{k+1}0^{k+1} + C$$

$$\therefore \quad C = \frac{1}{n+1}$$

と計算ができる。

最終的に二項定理の恒等式における両辺を積分した値は、以下の値に整理できる。

$$\frac{1}{n+1}(x+1)^{n+1} = \sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}\frac{1}{k+1}x^{k+1} + \frac{1}{n+1}$$

次に、$x = -1$を仮定したとき、左辺の係数が 0 となり、また、右辺は証明すべき式の形式に近くなる。

$$\frac{1}{n+1}(0)^{n+1} = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} \frac{1}{k+1}(-1)^{k+1} + \frac{1}{n+1}$$

$$-\frac{1}{n+1} = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} \frac{(-1)^{k+1}}{k+1}$$

ここで左辺の二項係数を以下の変換式(パスカルの三角形表現)を利用する。

$$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}$$

もしくは ${}_{n}C_{k} = {}_{n-1}C_{k-1} + {}_{n-1}C_{k}$ と表記してもよい。上式の n,k を+1 だけシフトすれば

$$\binom{n+1}{k+1} = \binom{n}{k} + \binom{n}{k+1}$$

と、変換ができ、さらに$\binom{n}{k}$について式を整理すると、

$$\binom{n}{k} = \binom{n}{k+1} - \binom{n+1}{k+1}$$

これらの関係式を、代入すると

$$-\frac{1}{n+1} = \sum_{k=0}^{n} \left[\binom{n}{k+1} - \binom{n+1}{k+1}\right] \frac{(-1)^{k+1}}{k+1}$$

$$= \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k+1} \frac{(-1)^{k+1}}{k+1} - \sum_{k=0}^{n} \binom{n+1}{k+1} \frac{(-1)^{k+1}}{k+1}$$

もしΣ内の級数を k=0 からでなく、k=1 から開始したとすれば、

$$-\frac{1}{n+1} = \sum_{k=1}^{n+1} \binom{n+1}{k} \frac{(-1)^{k}}{k} - \sum_{k=1}^{n+1} \binom{n}{k} \frac{(-1)^{k}}{k}$$

と k+1 項が k へと書き換えることができる。ただし、第二項において、k が n+1 になる場合のみ$\binom{n}{k}$=0 となる。いわば、「5 個の品物から 6 個取る組み合わせの数は 0 通り」というイメージ。(これ以上はΓ関数や実数範囲での階乗計算となるため、割愛。) ゆえに、

$$-\frac{1}{n+1} = \sum_{k=1}^{n+1} \binom{n+1}{k} \frac{(-1)^{k}}{k} - \sum_{k=1}^{n} \binom{n}{k} \frac{(-1)^{k}}{k}$$

上式は、左辺を漸化式としてみなすことができ、

$$F(n) = -\sum_{k=1}^{n} \binom{n}{k} \frac{(-1)^{k}}{k}$$

という表現に書き換えられる。

漸化式をまとめると、

$$-\frac{1}{n+1}=F(n+1)-F(n)$$

さらに n を1減らした場合(-1 だけシフト)を考えると、

$$-\frac{1}{n}=F(n)-F(n-1)$$

も成立することになる。また、n が最小の場合(n=2)を計算してみると、

$$-\frac{1}{2}=F(2)-F(1)$$

各項の差分が常に-1/n になっていることから、F(n)から F(1)までの差分は-1/n の合計となるので、

$$F(n)-F(1)=-\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\cdots-\frac{1}{n}=-\sum_{k=2}^{n}\frac{1}{k}$$

とおける。また、F(1)程度は簡単に直接計算ができ、

$$F(1)=-\sum_{k=1}^{1}\binom{1}{k}\frac{(-1)^k}{k}=\binom{1}{1}\frac{-1}{1}=-1$$

となるので、まとめて

$$\begin{aligned}F(n)&=\left(-\sum_{k=2}^{n}\frac{1}{k}\right)+F(1)\\&=\left(-\sum_{k=2}^{n}\frac{1}{k}\right)-1\\&=\left(-\sum_{k=2}^{n}\frac{1}{k}\right)-\frac{1}{1}\\&=-\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k}\end{aligned}$$

といった具合で、F(1)の項もΣ内に含めることができる。最終的に

$$-\sum_{k=1}^{n}\binom{n}{k}\frac{(-1)^k}{k}=\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k}$$

が証明された。

本式を用いる事で、

$$\mathrm{MTBF}(\text{又は MTTF})=\frac{1}{\lambda}\left(\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\cdots\frac{1}{\mathrm{n}}\right)$$

が導くのが目的である。

本証明部分は、http://amori.hatenablog.com/entry/2014/05/12/094131 を大部分参考にさせていただきました。(上記 URL を少し噛み砕いて説明したものです。)